Page 328

14. Longueur de la surface rectangulaire gazonnée :

$$\begin{array}{r|l} 160x^2 + 124x + 15 & 8x + 5 \\ \cline{2-2} -(160x^2 + 100x) & (20x + 3)\ \text{m} \\ \cline{1-1} 24x + 15 & \\ -(24x + 15) & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Aire des deux surfaces de course rectilignes :

$$\begin{aligned} A &= b \times h \\ &= (20x + 3) \times 4x \\ &= (80x^2 + 12x)\ \text{m}^2 \end{aligned}$$

$$(80x^2 + 12x) \times 2 = (160x^2 + 24x)\ \text{m}^2$$

Réponse : L'aire des deux surfaces de course rectilignes est de $(160x^2 + 24x)\ \text{m}^2$.

15. Aire d'un triangle :

$$\begin{aligned} A &= \frac{b \times h}{2} \\ &= \frac{(3x - 1)(4x + 5)}{2} \\ &= \frac{12x^2 + 11x - 5}{2} \\ &= (6x^2 + 5{,}5x - 2{,}5)\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

Nombre de triangles (côtés) :

$$(48x^2 + 44x - 20) \div (6x^2 + 5{,}5x - 2{,}5) = 8$$

Réponse : Le polygone possède huit triangles isométriques comme celui qui est illustré. Ce polygone possède donc huit côtés.

CHAPITRE 3 > Factorisation

RENFORCEMENT 3.1 Mise en évidence double

Page 331

1. a)
$$\begin{aligned} & ab + 4a - 5b - 20 \\ &= a(b + 4) - 5(b + 4) \\ &= (\mathbf{b} + 4)(a - 5) \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} & cd - 2c - 7d - 14 \\ &= c(d - 2) - 7(d - 2) \\ &= (d - 2)(\mathbf{c} - 7) \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} & xy + 8x + 7y + 56 \\ &= x(y + 8) + 7(y + 8) \\ &= (y + 8)(\mathbf{x} + 7) \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} & ab + 2a - 2b - 2 \\ &= a(b + 2) - 2(b + 2) \\ &= (b + 2)(\mathbf{a} - 2) \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} & 12xy + 8x - 3y - 2 \\ &= 4x(3y + 2) - (3y + 2) \\ &= (3y + 2)(\mathbf{4x} - 1) \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} & 10ab + 5a + 8b + 4 \\ &= 5a(2b + 1) + 4(2b + 1) \\ &= (\mathbf{2b} + 1)(5a + 4) \end{aligned}$$

2.

×	$(\mathbf{y} + 3)$	$(\mathbf{y} - 4)$	$(\mathbf{y} + 2)$
$(\mathbf{x} - 2)$	$xy + 3x - 2y - 6$	$xy - 4x - 2y + 8$	$xy + 2x - 2y - 4$
$(\mathbf{x} + 3)$	$xy + 3x + 3y + 9$	$xy - 4x + 3y - 12$	$xy + 2x + 3y + 6$
$(\mathbf{x} - 4)$	$xy + 3x - 4y - 12$	$xy - 4x - 4y + 16$	$xy + 2x - 4y - 8$

Page 332

3. a)
$$\begin{aligned} & xy + 3y + 8x + 24 \\ &= y(x + 3) + 8(x + 3) \\ &= (x + 3)(y + 8) \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} & xy + 9x - 6y - 54 \\ &= x(y + 9) - 6(y + 9) \\ &= (y + 9)(x - 6) \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} & cd + 1 - c - d \\ & cd - c - d + 1 \\ &= c(d - 1) - (d - 1) \\ &= (d - 1)(c - 1) \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} & 20ab + 20 - 16a - 25b \\ & 20ab - 16a - 25b + 20 \\ &= 4a(5b - 4a) - 5(5b - 4) \\ &= (5b - 4)(4a - 5) \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} & 9st + 16 + 12s + 12t \\ & 9st + 12s + 12t + 16 \\ &= 3s(3t + 4) + 4(3t + 4) \\ &= (3t + 4)(3s + 4) \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} & 2x^2y - 10y + 3x^2 - 15 \\ & 2x^2y - 10y + 3x^2 - 15 \\ &= 2y(x^2 - 5) + 3(x^2 - 5) \\ &= (x^2 - 5)(2y + 3) \end{aligned}$$

4. En factorisant l'expression, il est possible de déterminer que :

$$\begin{aligned}2a^2+48+24a+4a &= (2a^2+24a)+(4a+48)\\ &= 2a(a+12)+4(a+12)\\ &= (2a+4)(a+12)\end{aligned}$$

On déduit que le plus grand côté correspond à l'expression $2a + 4$: $60 = 2a + 4$

$a = 28$

Le plus petit côté correspond à l'expression $a + 12$: $28 + 12 = 40$

Aire totale du terrain : $40 \times 60 = 2400$ m^2

Prix du terrain : $2400 \times 22 = 52\ 800$ $

Réponse : Le prix du terrain est de 52 800 $.

ENRICHISSEMENT 3.1 — Mise en évidence double

Page 333

1.

$$\begin{aligned}&2abc-7ab+4ac-6bc-14a+21b-12c+42\\ &= 2abc-7ab+4ac-14a-6bc+21b-12c+42\\ &= a(2bc-7b+4c-14)-3(2bc-7b+4c-14)\\ &= (2bc-7b+4c-14)(a-3)\\ &= (2bc-7b+4c-14)(a-3)\\ &= (b(2c-7)+2(2c-7))(a-3)\\ &= (2c-7)(b+2)(a-3)\end{aligned}$$

Réponse : $2abc - 7ab + 4ac - 6bc - 14a + 21b - 12c + 42 = (2c - 7)(b + 2)(a - 3)$

RENFORCEMENT 3.2 — Trinôme carré parfait et différence de deux carrés

Page 335

1.

a) $a^2+16a+64$
$=\left(\sqrt{a^2}+\sqrt{64}\right)^2$
$=(a+8)^2$

b) $b^2-20b+100$
$=\left(\sqrt{b^2}-\sqrt{100}\right)^2$
$=(b-10)^2$

c) $4c^2+20c+25$
$=\left(\sqrt{4c^2}+\sqrt{25}\right)^2$
$=(2c+5)^2$

d) $49d^2-210d+225$
$49d^2-210d+225$
$=\left(\sqrt{49d^2}-\sqrt{225}\right)^2$
$=(7d-15)^2$

e) $16e^2+40e+25$
$16e^2+40e+25$
$=\left(\sqrt{16e^2}+\sqrt{25}\right)^2$
$=(4e+5)^2$

f) $121f^2-66fg+9g^2$
$121f^2-66fg+9g^2$
$=\left(\sqrt{121f^2}-\sqrt{9g^2}\right)^2$
$=(11f-3g)^2$

2.

a) a^2-16
$=(a)^2-(4)^2$
$=(a+4)(a-4)$

b) b^2-400
$=(b)^2-(20)^2$
$=(b+20)(b-20)$

c) $81c^2-1$
$=(9c)^2-(1)^2$
$=(9c+1)(9c-1)$

d) $144d^2-625$
$=(12d)^2-(25)^2$
$=(12d+25)(12d-25)$

e) $e^2-2{,}25$
$=(e)^2-(1{,}5)^2$
$=(e+1{,}5)(e-1{,}5)$

f) $4f^2-25g^2$
$=(2f)^2-(5g)^2$
$=(2f+5g)(2f-5g)$

Page 336

3. A – 8, B – 6, C – 2, D – 4, E – 7, F – 5, G – 1, H – 3.

4. $A_{\text{rectangle}} = L \times l$
$= 9x^2 - 42{,}25$

On factorise cette expression :
$9x^2 - 42{,}25 = (3x + 6{,}5)(3x - 6{,}5)$

Puisque $x > 0$, $(3x + 6{,}5)$ est une dimension plus grande que $(3x - 6{,}5)$, il s'agit donc de la dimension du plus grand côté.

Réponse : Le plus grand côté du rectangle mesure $(3x + 6{,}5)$ m.

5. Puisque $A_{\text{carré}} = c^2$, on peut déterminer la mesure d'un côté en factorisant l'expression : $4x^2 + 56x + 49 = (2x + 7)^2$ mm

On peut déduire le périmètre à partir de la mesure de ce côté : $P_{\text{carré}} = 4(2x+7)$
$= (8x+28)$ mm

Réponse : L'expression algébrique qui représente le périmètre du timbre est $(8x + 28)$ mm.