

d) $x^2 - 26x - 120$
 $m \times n = -120$
 $m + n = -26$
 Donc, $m = 4$ et $n = -30$.
 $x^2 - 26x - 120$
 $= (x + 4)(x - 30)$

e) $x^2 - 17x + 60$
 $m \times n = 60$
 $m + n = -17$
 Donc, $m = -5$ et $n = -12$.
 $x^2 - 17x + 60$
 $= (x - 5)(x - 12)$

f) $x^2 - 13x - 48$
 $m \times n = -48$
 $m + n = -13$
 Donc, $m = 3$ et $n = -16$.
 $x^2 - 13x - 48$
 $= (x + 3)(x - 16)$

Page 344

4. a) $2x^2 + 19x + 45$
 $m \times n = 90$
 $m + n = 19$
 Donc, $m = 10$ et $n = 9$.
 $2x^2 + 19x + 45$
 $= 2x^2 + 10x + 9x + 45$
 $= 2x(x + 5) + 9(x + 5)$
 $= (x + 5)(2x + 9)$

b) $4x^2 - 19x - 5$
 $m \times n = -20$
 $m + n = -19$
 Donc, $m = -20$ et $n = 1$.
 $4x^2 - 19x - 5$
 $= 4x^2 - 20x + x - 5$
 $= 4x(x - 5) + (x - 5)$
 $= (x - 5)(4x + 1)$

c) $18x^2 - 33x + 14$
 $m \times n = 252$
 $m + n = -33$
 Donc, $m = -21$ et $n = -12$.
 $18x^2 - 33x + 14$
 $= 18x^2 - 21x - 12x + 14$
 $= 3x(6x - 7) - 2(6x - 7)$
 $= (6x - 7)(3x - 2)$

d) $8x^2 - 14x - 15$
 $m \times n = -120$
 $m + n = -14$
 Donc, $m = -20$ et $n = 6$.
 $8x^2 - 14x - 15$
 $= 8x^2 - 20x + 6x - 15$
 $= 4x(2x - 5) + 3(2x - 5)$
 $= (2x - 5)(4x + 3)$

e) $3x^2 - 4x + 1$
 $m \times n = 3$
 $m + n = -4$
 Donc, $m = -3$ et $n = -1$.
 $3x^2 - 4x + 1$
 $= 3x^2 - x - 3x + 1$
 $= x(3x - 1) - (3x - 1)$
 $= (3x - 1)(x - 1)$

f) $12x^2 - 17x + 6$
 $m \times n = 72$
 $m + n = -17$
 Donc, $m = -8$ et $n = -9$.
 $12x^2 - 17x + 6$
 $= 12x^2 - 8x - 9x + 6$
 $= 4x(3x - 2) - 3(3x - 2)$
 $= (3x - 2)(4x - 3)$

5. En factorisant chaque expression, il est possible de déterminer que :

$$5x^2 - 11x - 12 = 5x^2 - 15x + 4x - 12$$

$$= 5x(x - 3) + 4(x - 3)$$

$$= (x - 3)(5x + 4)$$

$$5x^2 + 29x + 20 = 5x^2 + 25x + 4x + 20$$

$$= 5x(x + 5) + 4(x + 5)$$

$$= (x + 5)(5x + 4)$$

$$x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$$

Réponse : La longueur, la largeur et la hauteur de ce prisme peuvent mesurer respectivement $(5x + 4)$ m, $(x - 3)$ m et $(x + 5)$ m.

ENRICHISSEMENT 3.4

Factorisation de trinômes

Page 345

1. Soit l'expression $5x^2 - 11x - 12$ à factoriser.

À l'aide de cette relation, on obtient :
 $5x^2 - 11x - 12 = (5x - 12)(x + 1)$

En factorisant avec la méthode de la somme et du produit, on obtient :

$$5x^2 - 11x - 12 = 5x^2 - 15x + 4x - 12$$

$$= 5x(x - 3) + 4(x - 3)$$

$$= (x - 3)(5x + 4)$$

Si on vérifie le résultat obtenu avec cette méthode, on obtient : $(5x - 12)(x + 1) = 5x^2 + 5x - 12x - 12 = 5x^2 - 7x - 12$
 Or, cette expression est différente de l'expression à factoriser.

Réponse : Puisqu'on obtient une expression différente de l'expression à factoriser à l'aide de cette relation, cette affirmation est fautive.

RENFORCEMENT 3.5

Factorisation et expressions rationnelles

Page 348

1. a) 1) $\frac{x^2 + 5x - 36}{x + 9}$
 $= \frac{(x - 4)(x + 9)}{x + 9} = \frac{(x - 4)\cancel{(x + 9)}}{\cancel{x + 9}}$
 $= (x - 4)$

b) 1) $\frac{2x^2 + 19x + 24}{x^2 + 6x - 16}$
 $= \frac{(2x + 3)(x + 8)}{(x - 2)(x + 8)} = \frac{(2x + 3)\cancel{(x + 8)}}{(x - 2)\cancel{(x + 8)}}$
 $= \frac{2x + 3}{x - 2}$

2) $x \neq -9$

2) $x \neq -8$ et $x \neq 2$.

$$\begin{aligned} \text{c) 1) } \frac{9x^3 + 24x^2 + 16x}{3xy + 3x + 4y + 4} &= \frac{x(3x+4)^2}{(3x+4)(y+1)} = \frac{x(3x+4)}{(y+1)} \\ &= \frac{x(3x+4)}{y+1} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -\frac{4}{3} \text{ et } y \neq -1.$$

$$\begin{aligned} \text{d) 1) } \frac{16x^2 - 25}{4x^2 - 9x + 5} &= \frac{(4x+5)(4x-5)}{(4x-5)(x-1)} = \frac{(4x+5)\cancel{(4x-5)}}{\cancel{(4x-5)}(x-1)} \\ &= \frac{4x+5}{x-1} \end{aligned}$$

$$2) x \neq 1,25 \text{ et } x \neq 1.$$

$$\begin{aligned} \text{2. a) 1) } \frac{2}{x+8} + \frac{3}{x-12} &= \frac{2(x-12)}{(x+8)(x-12)} + \frac{3(x+8)}{(x+8)(x-12)} \\ &= \frac{2x-24+3x+24}{(x+8)(x-12)} = \frac{5x}{(x+8)(x-12)} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -8 \text{ et } x \neq 12.$$

$$\begin{aligned} \text{b) 1) } \frac{6}{2x+3} - \frac{6}{2x-3} &= \frac{6(2x-3)}{(2x+3)(2x-3)} - \frac{6(2x+3)}{(2x+3)(2x-3)} \\ &= \frac{12x-18-12x-18}{(2x+3)(2x-3)} = \frac{-36}{(2x+3)(2x-3)} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -1,5 \text{ et } x \neq 1,5.$$

$$\begin{aligned} \text{c) 1) } \frac{3}{x^2-25} + \frac{4}{x^2-6x+5} &= \frac{3(x-1)}{(x+5)(x-5)(x-1)} + \frac{4(x+5)}{(x+5)(x-5)(x-1)} \\ &= \frac{3x-3+4x+20}{(x+5)(x-5)(x-1)} = \frac{7x+17}{(x+5)(x-5)(x-1)} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -5, x \neq 1 \text{ et } x \neq 5.$$

$$\begin{aligned} \text{d) 1) } \frac{x-2}{x^2-8x+16} - \frac{2}{x^2-6x+8} &= \frac{(x-2)(x-2)}{(x-4)^2(x-2)} - \frac{2(x-4)}{(x-4)^2(x-2)} \\ &= \frac{x^2-4x+4-2x+8}{(x-4)^2(x-2)} = \frac{x^2-6x+12}{(x-4)^2(x-2)} \end{aligned}$$

$$2) x \neq 2 \text{ et } x \neq 4.$$

Page 349

$$\begin{aligned} \text{3. a) 1) } \frac{x^2-1}{3x^2-x} \times \frac{6x^2+19x-7}{2x^2+5x-7} &= \frac{(x+1)(x-1)}{x(3x-1)} \times \frac{(2x+7)(3x-1)}{(x-1)(2x+7)} \\ &= \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}\cancel{(2x+7)}\cancel{(3x-1)}}{x(3x-1)\cancel{(x-1)}\cancel{(2x+7)}} = \frac{x+1}{x} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -3,5, x \neq 0, x \neq \frac{1}{3} \text{ et } x \neq 1.$$

$$\begin{aligned} \text{b) 1) } \frac{x^2+3x-4}{16x^2-25} \div \frac{x^2-1}{16x^2-40x+25} &= \frac{x^2+3x-4}{4x^2-25} \times \frac{16x^2-40x+25}{x^2-1} \\ &= \frac{(x-1)(x+4)}{(4x+5)(4x-5)} \times \frac{(4x-5)(4x-5)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{\cancel{(x-1)}(x+4)(4x-5)\cancel{(4x-5)}}{(4x+5)\cancel{(4x-5)}\cancel{(x-1)}(x+1)} \\ &= \frac{(x+4)(4x-5)}{(4x+5)(x+1)} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -1,25, x \neq \pm 1 \text{ et } x \neq 1,25.$$

$$\begin{aligned} \text{c) 1) } \frac{4x^3+24x^2-64x}{x^2-64} \times \frac{x^2-3x-40}{2x^3+6x^2-20x} &= \frac{4x(x+8)(x-2)}{(x+8)(x-8)} \times \frac{(x-8)(x+5)}{2x(x-2)(x+5)} \\ &= \frac{4x\cancel{(x+8)}\cancel{(x-2)}\cancel{(x-8)}\cancel{(x+5)}}{2x\cancel{(x+8)}\cancel{(x-8)}\cancel{(x-2)}\cancel{(x+5)}} = 2 \end{aligned}$$

$$2) x \neq -8, x \neq -5, x \neq 0, x \neq 2 \text{ et } x \neq 8.$$

$$\begin{aligned} \text{d) 1) } \frac{xy-x-2y+2}{x^2+4x+4} \div \frac{xy-x+y-1}{x^2-4} &= \frac{xy-x-2y+2}{x^2+4x+4} \times \frac{x^2-4}{xy-x+y-1} \\ &= \frac{(y-1)(x-2)(x-2)(x+2)}{(x+2)^2(y-1)(x+1)} \\ &= \frac{\cancel{(y-1)}(x-2)(x-2)\cancel{(x+2)}}{(x+2)^2\cancel{(y-1)}(x+1)} = \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x+1)} \end{aligned}$$

$$2) x \neq -2, x \neq -1, x \neq 2 \text{ et } y \neq 1.$$

$$4. \frac{A_{\text{carré}}}{A_{\text{rectangle}}} = \frac{25x^2 - 90x + 81}{10xy - 45 - 18y + 25x} = \frac{(5x-9)^2}{(5x-9)(2y+5)} = \frac{5x-9}{2y+5}, \text{ si } x \neq 1,8 \text{ et } y \neq -2,5.$$

Réponse : Le rapport des aires est représenté par $\frac{5x-9}{2y+5}$, si $x \neq 1,8$ et $y \neq -2,5$.

Page 350

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{x^2 + 5x - 24}{6x^2 - 19x + 3} \div \frac{x^2 + 16x + 64}{36x^2 - 12x + 1} - \frac{12x^2 + 72x}{4x^2 - 48x} \times \frac{x^2 - 24x + 144}{x^2 - 36} \\
 &= \frac{(x+8)(x-3)}{(x-3)(6x-1)} \div \frac{(x+8)^2}{(6x-1)^2} - \frac{12x(x+6)}{4x(x-12)} \times \frac{(x-12)^2}{(x+6)(x-6)} \\
 &= \frac{(x+8)(x-3)}{(x-3)(6x-1)} \times \frac{(6x-1)^2}{(x+8)^2} - \frac{12x(x+6)}{4x(x-12)} \times \frac{(x-12)^2}{(x+6)(x-6)} \\
 &= \frac{\cancel{(x+8)}\cancel{(x-3)}(6x-1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x-3)}\cancel{(6x-1)}(x+8)^{\cancel{2}}} - \frac{12\cancel{x}\cancel{(x+6)}(x-12)^{\cancel{2}}}{4\cancel{x}\cancel{(x-12)}\cancel{(x+6)}(x-6)} \\
 &= \frac{6x-1}{x+8} - \frac{3(x-12)}{x-6} \\
 &= \frac{(6x-1)(x-6)}{(x+8)(x-6)} - \frac{3(x-12)(x+8)}{(x+8)(x-6)} \\
 &= \frac{(6x^2 - 37x - 6) - (3x^2 - 12x - 288)}{(x+8)(x-6)} \\
 &= \frac{6x^2 - 37x + 6 - 3x^2 + 12x + 288}{(x+8)(x-6)} \\
 &= \frac{3x^2 - 25x + 294}{(x+8)(x-6)}
 \end{aligned}$$

Restrictions:

- $x - 3 \neq 0$, alors $x \neq 3$
- $6x - 1 \neq 0$, alors $x \neq \frac{1}{6}$
- $x + 8 \neq 0$, alors $x \neq -8$
- $4x \neq 0$, alors $x \neq 0$
- $x - 12 \neq 0$, alors $x \neq 12$
- $x + 6 \neq 0$, alors $x \neq -6$
- $x - 6 \neq 0$, alors $x \neq 6$

Réponse : L'expression réduite est $\frac{3x^2 - 25x + 294}{(x+8)(x-6)}$, si $x \neq -8$, $x \neq -6$, $x \neq 0$, $x \neq \frac{1}{6}$, $x \neq 3$, $x \neq 6$ et $x \neq 12$.

SP 3

La clôture

Pages 351-352

En factorisant l'expression représentant l'aire de la piscine, il est possible de déterminer que:

$$9x^2 + 30x + 25 = (\sqrt{9x^2} + \sqrt{25})^2 = (3x + 5)^2$$

La mesure d'un côté de la piscine correspond à l'expression $(3x + 5)$ m.

Le périmètre de la piscine est de 80 m.

Mesure d'un côté:	Valeur de x :
$P = 4c$	$3x + 5 = 20$
$80 = 4c$	$3x = 15$
$c = 20$ m	$x = 5$

En factorisant l'expression représentant l'aire totale du terrain, il est possible de déterminer que:

$$20x^2 + 69x + 54 = 20x^2 + 24x + 45x + 54 = (4x + 9)(5x + 6)$$

La mesure des côtés du terrain correspond aux expressions $(4x + 9)$ m et $(5x + 6)$ m.

Puisque $x = 5$, déterminer les dimensions du terrain:

$$\begin{aligned}
 4 \times 5 + 9 &= 29 \text{ m} \\
 5 \times 5 + 6 &= 31 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\text{Périmètre du terrain: } 2 \times 29 + 2 \times 31 = 120 \text{ m}$$

$$\text{Coût de la clôture: } 120 \times 35 = 4200 \text{ \$}$$

Réponse : Il en coûtera 4200 \$ pour clôturer ce terrain.