

6. Soit $f(x)$, la valeur de l'action (en \$) et x , le temps écoulé (en mois). Le minimum correspond au sommet (h, k), soit (3, 8). La règle de cette fonction sous la forme canonique est:

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-3)^2 + 8 \\ 12 &= a(7-3)^2 + 8 \\ 12 &= 16a + 8 \\ a &= 0,25 \\ f(x) &= 0,25(x-3)^2 + 8 \end{aligned}$$

On cherche la valeur de l'action pour $x = 0$ et $x = 12$:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0,25(0-3)^2 + 8 \\ &= 10,25 \\ f(12) &= 0,25(12-3)^2 + 8 \\ &= 28,25 \end{aligned}$$

Réponse : La valeur de l'action était de 10,25 \$ au début de l'année et elle était de 28,25 \$ à la fin de l'année.

ENRICHISSEMENT 4.2

Différentes formes d'écriture de la règle

Page 370

$$\begin{aligned} 1. \quad f(x) &= a(x-x_1)(x-x_2) \\ &= a(x^2 - xx_1 - xx_2 + x_1x_2) \\ &= ax^2 - axx_1 - axx_2 + ax_1x_2 \\ &= ax^2 - a(x_1 - x_2)x + ax_1x_2 \end{aligned}$$

Réponse : Paramètre a : a Paramètre b : $-a(x_1 - x_2)$ Paramètre c : ax_1x_2

RENFORCEMENT 4.3

Résolution d'une équation du second degré à une ou à deux variables

Page 373

$$\begin{aligned} 1. \quad \text{a)} \quad 2x^2 + 10x - 200 &= 100 \\ 2x^2 + 10x - 300 &= 0 \\ 2(x^2 + 5x - 150) &= 0 \\ 2(x+15)(x-10) &= 0 \\ x_1 + 15 = 0 & \quad x_2 - 10 = 0 \\ x_1 = -15 & \quad x_2 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 8(x-4)^2 + 20 &= 100 \\ 8(x-4)^2 &= 80 \\ (x-4)^2 &= 10 \\ x-4 &= \pm\sqrt{10} \\ x-4 &\approx \pm 3,16 \\ x_1 &\approx 3,16 + 4 \quad x_2 \approx -3,16 + 4 \\ &\approx 7,16 \quad \approx 0,84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 3x^2 - 30x - 75 &= -75 \\ 3x^2 - 30x &= 0 \\ 3(x^2 - 10x) &= 0 \\ 3x(x-10) &= 0 \\ x_1 = 0 & \quad x_2 - 10 = 0 \\ & \quad x_2 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad 3x^2 + 450x + 20\,000 &= 5000 \\ 3x^2 + 450x + 15\,000 &= 0 \\ x &= \frac{-450 \pm \sqrt{450^2 - 4(3)(15\,000)}}{2(3)} \end{aligned}$$

$$x_1 = -50, x_2 = -100$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad 20x^2 + 65x + 25 &= 40 \\ 20x^2 + 65x - 15 &= 0 \\ x &= \frac{-65 \pm \sqrt{65^2 - 4(20)(-15)}}{2(20)} \end{aligned}$$

$$x_1 \approx 0,22, x_2 \approx -3,47$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad -2x^2 - 6x + 3 &= 20 \\ -2x^2 - 6x - 17 &= 0 \\ x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(-2)(-17)}}{2(-2)} \end{aligned}$$

$$\{\}$$

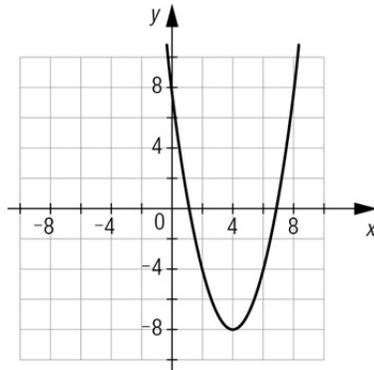
$$\begin{aligned} \text{g)} \quad -8x^2 - 38 &= -200 \\ -8x^2 &= -162 \\ x^2 &= 20,25 \\ x &= \pm\sqrt{20,25} \\ &= \pm 4,5 \end{aligned}$$

$$x_1 = 4,5, x_2 = -4,5$$

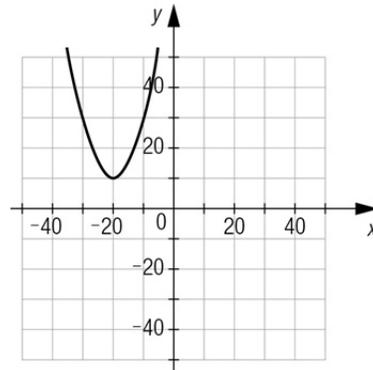
$$\begin{aligned} \text{h)} \quad 4x^2 - 36x + 101 &= 20 \\ 4x^2 - 36x + 81 &= 0 \\ x &= \frac{-(-36) \pm \sqrt{(-36)^2 - 4(4)(81)}}{2(4)} \\ &= 4,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad -2(x+3)^2 + 50 &= 10 \\ -2(x+3)^2 &= -40 \\ (x+3)^2 &= 20 \\ x+3 &= \pm\sqrt{20} \\ &\approx \pm 4,47 \\ x_1 &\approx 4,47 - 3 \quad x_2 \approx -4,47 - 3 \\ &\approx 1,47 \quad \approx -7,47 \end{aligned}$$

2. a) $2y + 16x = 2x^2 + 16$
 $2y = 2x^2 - 16x + 16$
 $y = x^2 - 8x + 8$



b) $5y - x^2 = 40x + 450$
 $5y = x^2 + 40x + 450$
 $y = 0,2x^2 + 8x + 90$



Page 374

3. a) $52 = 4(x+3)(x-9)$
 $52 = 4x^2 - 24x - 108$
 $0 = 4x^2 - 24x - 160$
 $x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4(4)(-160)}}{2(4)}$
 $x_1 = -4, x_2 = 10$

b) $-144 = 4(x+3)(x-9)$
 $-144 = 4x^2 - 24x - 108$
 $0 = 4x^2 - 24x + 36$
 $x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4(4)(36)}}{2(4)}$
 $x = 3$

c) $-200 = 4(x+3)(x-9)$
 $-200 = 4x^2 - 24x - 108$
 $0 = 4x^2 - 24x + 92$
 $x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4(4)(92)}}{2(4)}$
 $\{\}$

4. a) $200 = -1,5t^2 + 45t + 15$
 $0 = -1,5t^2 + 45t - 185$
 $t = \frac{-45 \pm \sqrt{45^2 - 4(-1,5)(-185)}}{2(-1,5)}$
 $t_1 \approx 4,92 \quad t_2 \approx 25,08$

Réponse : Vers la 4,92^e s et la 25,08^e s.

b) $0 = -1,5t^2 + 45t + 15$
 $t = \frac{-45 \pm \sqrt{45^2 - 4(-1,5)(15)}}{2(-1,5)}$
 $t_1 \approx -0,33$ (à rejeter) $t_2 \approx 30,33$

Réponse : Vers la 30,33^e s.

c) $352,5 = -1,5t^2 + 45t + 15$
 $0 = -1,5t^2 + 45t - 337,5$
 $t = \frac{-45 \pm \sqrt{45^2 - 4(-1,5)(-337,5)}}{2(-1,5)}$
 $= 15$

Réponse : À la 15^e s.

5. a) $6000 = 200(t-3)^2 + 6000$
 $0 = (t-3)^2$
 $0 = t-3$
 $t = 3$

Réponse : À la 3^e année.

b) $13\ 200 = 200(t-3)^2 + 6000$
 $36 = (t-3)^2$
 $\pm 6 = t-3$
 $t-3 = 6 \quad t-3 = -6$
 $t_1 = 9 \quad t_2 = -3$ (à rejeter)

Réponse : À la 9^e année.

c) $34\ 800 = 200(t-3)^2 + 6000$
 $144 = (t-3)^2$
 $\pm 12 = t-3$
 $t-3 = 12 \quad t-3 = -12$
 $t_1 = 15 \quad t_2 = -9$ (à rejeter)

Réponse : À la 15^e année.

ENRICHISSEMENT 4.3

Résolution d'une équation du second degré à une ou à deux variables

Page 375

1. $f(x) = a(x-h)^2 + k$
 $0 = a(x-h)^2 + k$
 $-k = a(x-h)^2$
 $-\frac{k}{a} = (x-h)^2$
 $\pm \sqrt{-\frac{k}{a}} = x-h$
 $x = h \pm \sqrt{-\frac{k}{a}}$
 $x_1 = h + \sqrt{-\frac{k}{a}} \quad x_2 = h - \sqrt{-\frac{k}{a}}$