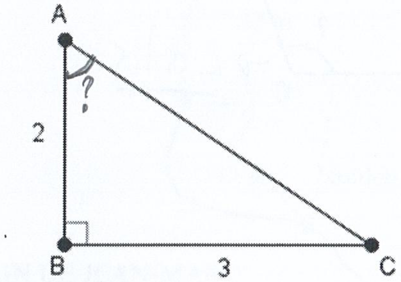
Rapports trigonométriques, loi des sinus, loi des cosinus et aire des triangles

1. Trouve la mesure de l'angle A pour chacun des triangles suivants.

a)



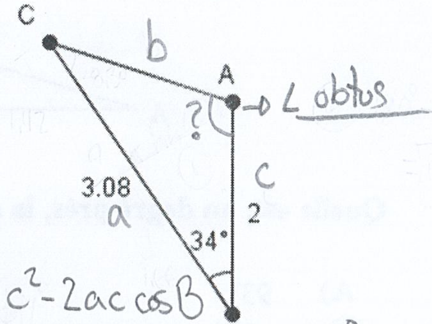
$\tan A = \frac{opp}{adj}$

$\tan A = \frac{3}{2}$

$\tan A = 1{,}5$

$m\angle A = \tan^{-1} 1{,}5 \approx \boxed{56{,}3°}$

b)



① $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$b^2 = 3{,}08^2 + 2^2 - 2\cdot 3{,}08 \cdot 2 \cdot \cos 34°$

$b^2 = 9{,}4864 + 4 - 10{,}21$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{3{,}2764}$

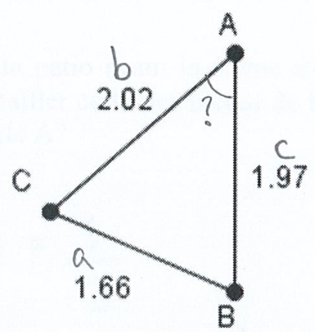
$b = 1{,}81$

② $\frac{\sin 34°}{1{,}81} = \frac{\sin A}{3{,}08}$

$\sin A \approx 0{,}9516$ $\quad \angle A = \sin^{-1} 0{,}9516 \approx 72{,}1°$

* attention ∠ obtus $= 180° - 72{,}1° = \boxed{107{,}9°}$

c)



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$1{,}66^2 = 2{,}02^2 + 1{,}97^2 - 2(2{,}02)(1{,}97)\cos A$

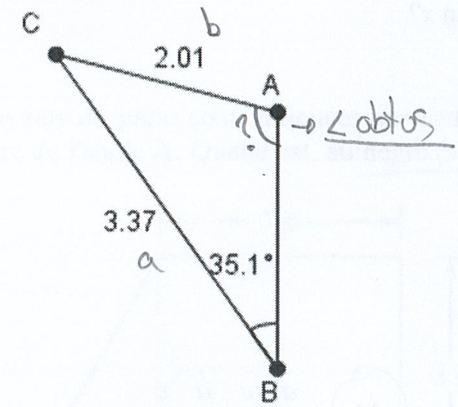
$2{,}7556 = 4{,}0804 + 3{,}8809 - 7{,}9588\cos A$

$-5{,}2057 = -7{,}9588 \cos A$

$0{,}6541 \approx \cos A$

$\angle A \approx \cos^{-1} 0{,}6541 \approx \boxed{49{,}1°}$

d)



$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{\sin A}{3{,}37} = \frac{\sin 35{,}1°}{2{,}01}$

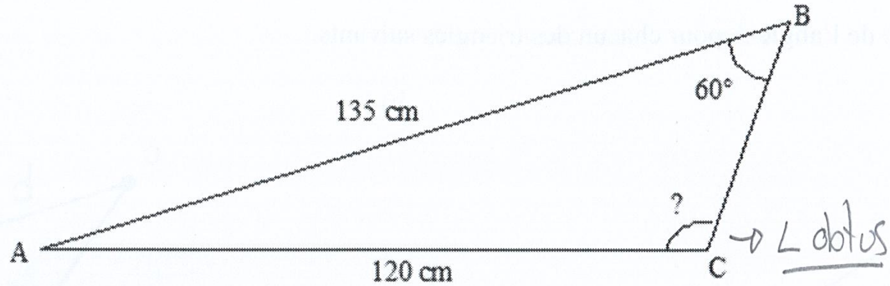
$\sin A \approx 0{,}9641$

$\angle A \approx \sin^{-1} 0{,}9641 = 74{,}6°$

* Attention ∠ obtus

$180° - 74{,}6° = \boxed{105{,}4°}$

2. Soit le triangle ABC illustré ci-dessous.



Quelle est, au degré près, la mesure de l'angle obtus ACB?

A) 93° C) 113°

B) 103° D) 153°

$$\frac{\sin 60°}{120} = \frac{\sin C}{135}$$

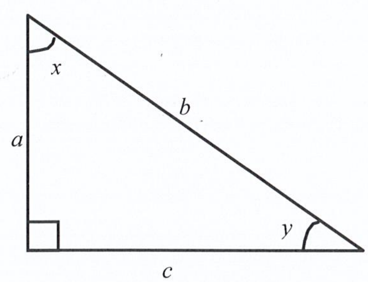
$\sin C \approx 0{,}9743$

$\angle C \approx \sin^{-1} 0{,}9743 = 76{,}98°$

$180° - 76{,}98° = 103{,}02°$

★ Attention ∠ obtus

3. En vous référant à la figure ci-contre, laquelle des séquences suivantes représente dans l'ordre sin *y*, tan *x*, tan *y* et sin *x*?



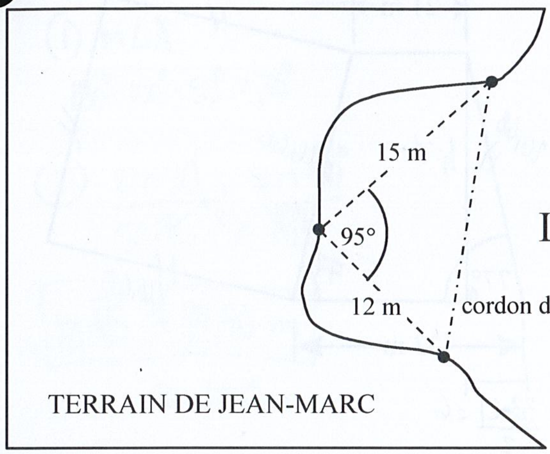
A) $\frac{a}{b}, \frac{c}{a}, \frac{a}{c}, \frac{c}{b}$

B) $\frac{a}{b}, \cancel{\frac{a}{c}}, \frac{c}{a}, \frac{c}{b}$

C) $\cancel{\frac{b}{a}}, \frac{a}{c}, \frac{c}{a}, \frac{b}{c}$

D) $\cancel{\frac{b}{a}}, \frac{c}{a}, \frac{a}{c}, \frac{b}{c}$

4. Le terrain de Jean-Marc est situé en bordure d'un lac. Jean-Marc veut installer un cordon de sécurité à la surface de l'eau afin de délimiter une zone de baignade. Il a reporté différentes mesures sur le schéma suivant. Quelle est, au mètre près, la longueur du cordon de sécurité?



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$c^2 = 15^2 + 12^2 - 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cos 95°$

$c^2 = 225 + 144 + 31{,}38$

$\sqrt{c^2} = \sqrt{400{,}38}$

$\boxed{c \approx 20\text{ m}}$

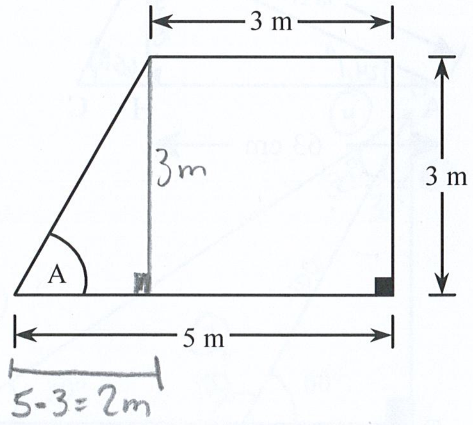
5. Jean fabrique un patio ayant la forme d'un trapèze rectangle. Les dimensions du patio sont indiquées sur la figure suivante. Pour tailler certaines pièces de bois, Jean doit connaître la mesure de l'angle A. Quelle est, au degré près, la mesure de l'angle A?

$\tan A = \frac{3}{2}$

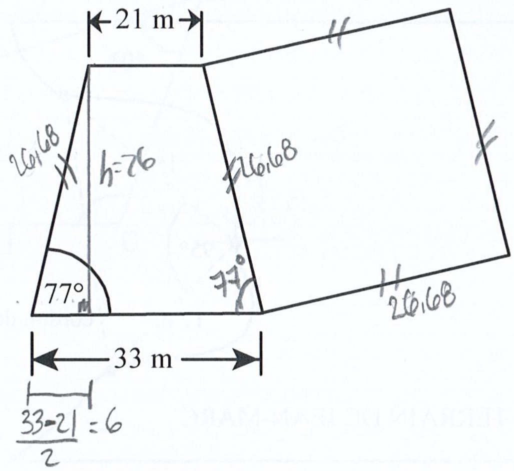
$\tan A = 1{,}5$

$\angle A = \tan^{-1} 1{,}5 \approx \boxed{56{,}3°}$

$\approx \boxed{56°}$



6. Deux terrains adjacents sont représentés par le trapèze isocèle et le carré ci-dessous. Quelle est la différence, au m^2 près, entre les aires de ces deux terrains? Laisser les traces de votre démarche.



① $\tan 77° = \frac{h}{6}$

$h \approx 26\text{m}$

② $a^2+b^2=c^2$

$6^2+26^2=c^2$

$\sqrt{712}=\sqrt{c^2}$

$c \approx 26{,}68\text{m}$

③ $A_{trapèze} = \frac{(B+b)h}{2}$

$= \frac{(33+21)\cdot 26}{2}$

$= \frac{54\cdot 26}{2}$

$= 702 \text{ m}^2$

④ $A_{carré} = c^2$

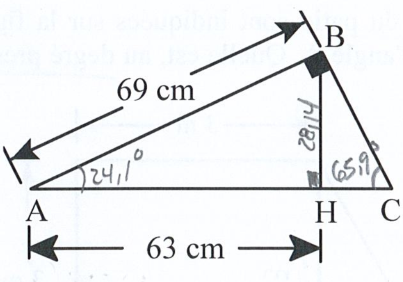
$= 26{,}68^2$

$= 711{,}8 \text{ m}^2$

⑤ Différence des aires

$711{,}8 - 702 = \boxed{9{,}8\text{m}^2}$

7. Le triangle ABC illustré ci-contre est rectangle en B. On trace la hauteur BH. Quelle est, arrondie à l'unité, l'aire du triangle ABC?



① $m\angle A$

$\cos A = \frac{63}{69}$

$\cos A \approx 0{,}9130$

$\angle A = \cos^{-1} 0{,}9130$

$\boxed{m\angle A = 24{,}1°}$

② $m\angle C$

$180° - 24{,}1° - 90° = \boxed{65{,}9°}$

③ hauteur $\overline{BH}$

$a^2+b^2=c^2$

$63^2+b^2=69^2$

$b^2=792$

$\boxed{b = 28{,}14 \text{ cm}}$

④ $\sin 65{,}9° = \frac{28{,}14}{\overline{BC}}$ ($m\overline{BC}$)

$\boxed{m\overline{BC} = 30{,}83 \text{ cm}}$

⑤ $A = \frac{b\cdot h}{2}$

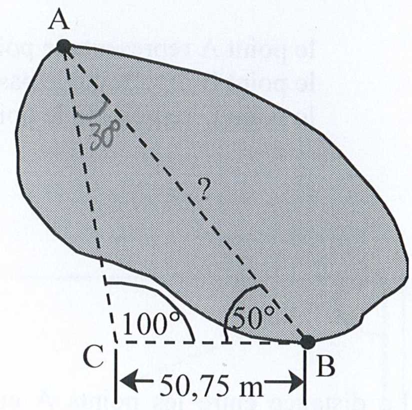
$A = \frac{69 \cdot 30{,}83}{2}$

$\boxed{A = 1063{,}64 \text{ cm}^2}$

$\approx 1064 \text{ cm}^2$

8. Un arpenteur doit déterminer la distance entre deux quais situés en bordure d'un lac. L'arpenteur a reporté différentes mesures sur le schéma ci-contre. Les quais sont représentés par les points A et B.

Quelle est, arrondie à l'unité, la distance entre les deux quais?



① $m\angle A$

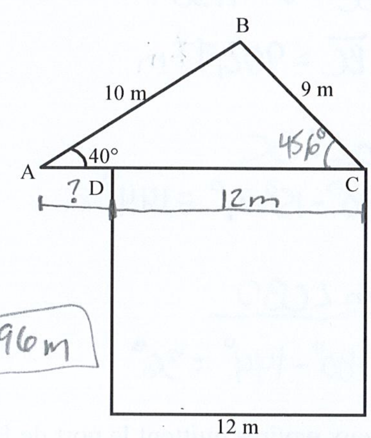
$180° - 100° - 50° = 30°$

② $\dfrac{\sin 30°}{50{,}75} = \dfrac{\sin 100°}{\overline{AB}}$

$\boxed{m\overline{AB} \approx 99{,}96\ m}$

$\approx 100\ m$

9. Voici une vue de côté d'un bâtiment. Les côtés du toit mesurent 10 m et 9 m. L'angle A mesure 40°. La base du bâtiment mesure 12 m. Quelle est la longueur du prolongement du toit (le segment AD)?



① $m\angle C$

$\dfrac{\sin 40°}{9} = \dfrac{\sin C}{10}$

$\sin C \approx 0{,}7142$

$m\angle C \approx \sin^{-1} 0{,}7142$

$\boxed{m\angle C \approx 45{,}6°}$

② $m\angle B$

$180° - 40° - 45{,}6° = \boxed{94{,}4°}$

③ $m\overline{AC}$

$\dfrac{\sin 94{,}4°}{\overline{AC}} = \dfrac{\sin 40°}{9}$

$\boxed{m\overline{AC} \approx 13{,}96\ m^2}$

④ $m\overline{AD}$

$13{,}96 - 12 = \boxed{1{,}96\ m}$

10. Soit la figure ci-dessous :

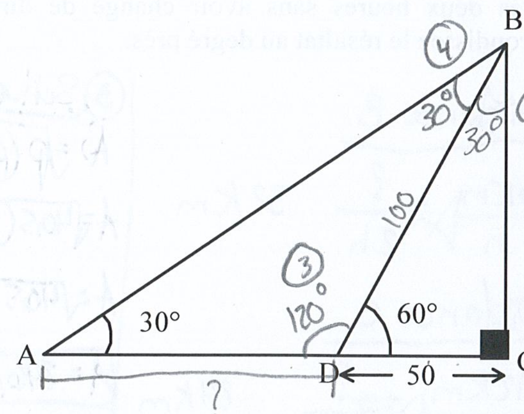
Lequel des choix suivants détermine la longueur du segment AD?

A) $\dfrac{50\sqrt{3}}{3}$

B) $50\sqrt{3}$

C) 50

D) 100



② $m\overline{BD}$

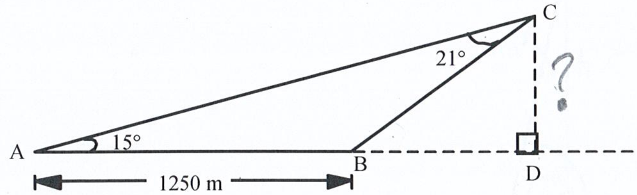
$\dfrac{\sin 30°}{1} = \dfrac{50}{\overline{BD}}$

$m\overline{BD} = 100$

④ donc $\overline{AD}$ est isométrique à $\overline{BD}$

11. Pour installer un téléphérique dans un centre de ski, un ingénieur dispose des données suivantes et du soutien du graphique ci-dessous :

le point A représente le point d'embarquement des skieurs
le point B représente le bas de la pente
le point C représente le point de débarquement des skieurs



La distance entre les points A et B est 1250 m. L'angle A mesure 15° et l'angle ACB, 21°. Il veut déterminer la dénivellation $\overline{CD}$ de la pente.

Quelle est la mesure du segment CD, au dixième de mètre près?

① $m\overline{BC}$

$\frac{\sin 15^\circ}{\overline{BC}} = \frac{\sin 21^\circ}{1250}$

$m\overline{BC} = 902{,}77 \text{ m}$

② $m\angle ABC$

$180^\circ - 15^\circ - 21^\circ = 144^\circ$

③ $m\angle CBD$

$180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$

④ $m\overline{CD}$

$\frac{\sin 36^\circ}{1} = \frac{\overline{CD}}{902{,}77}$

$\boxed{m\overline{CD} \approx 530{,}63 \text{ m}}$

12. Deux navires quittent le port de Halifax en même temps. Le premier (B) voyage à une vitesse de 16 km/h et le second (C), à une vitesse de 12 km/h. Quelle était la mesure de l'angle entre les deux bateaux à leur départ de Halifax, si, après deux heures sans avoir changé de direction, ils se retrouvent à une distance de 25 km l'un de l'autre? Arrondissez le résultat au degré près.

① Distance B

$\frac{16 \text{ Km}}{h} = \frac{?}{2h}$ 32 Km

② Distance C

$\frac{12 \text{ Km}}{h} = \frac{?}{2h}$ 24 Km

③ Aire avec Héron

$p = \frac{25+32+24}{2} = \frac{81}{2} = 40{,}5$

③ Suite

$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$A = \sqrt{40{,}5(40{,}5-32)(40{,}5-24)(40{,}5-25)}$

$A = \sqrt{40{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot 16{,}5 \cdot 15{,}5}$

$\boxed{A = 296{,}72 \text{ Km}^2}$

④ $m\angle C$

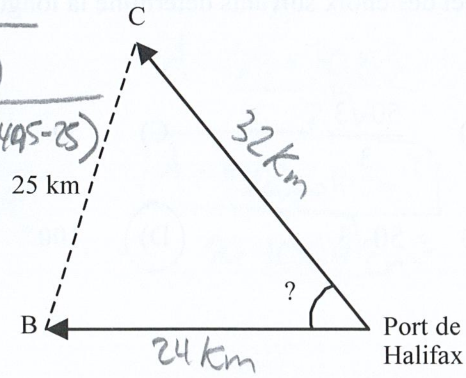
$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$

$2 \cdot 296{,}72 = \frac{32 \cdot 24 \cdot \sin C \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}$

$\frac{593{,}44}{768} = \frac{\cancel{768} \cdot \sin C}{\cancel{768}}$

$\sin C \approx 0{,}7727$

$\boxed{m\angle C \approx 50{,}6^\circ} \approx \boxed{51^\circ}$

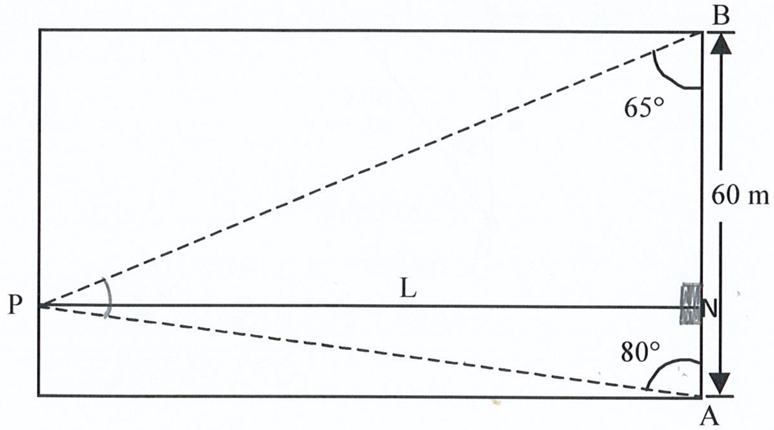


13. Des étudiants ont pour défi de calculer la longueur de la cour arrière de l'école sans la traverser.

1. Ils mesurent la largeur : 60 mètres.
2. Ils se fixent un point P de l'autre côté de la cour.
3. Ils prennent deux lectures d'angles avec un théodolite : en A, l'angle vaut 80° et en B l'angle vaut 65°.

Ces informations sont représentées sur le schéma ci-dessous.

Calculez la longueur L de la cour, au mètre près.



① $m\angle P$

$180° - 65° - 80° = 35°$

② $m\overline{AP}$

$$\frac{\sin 65°}{\overline{AP}} = \frac{\sin 35°}{60}$$

$m\overline{AP} \approx 94,81$ m

③ Aire △ABP

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$$

$$A = \frac{60 \cdot 94,81 \cdot \sin 80°}{2}$$

$A = 2801,09\ m^2$

④ $A = \frac{b \cdot h}{2}$ $m\,L$

$$2 \cdot 2801,09 = \frac{60 \cdot h}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}$$

$$\frac{5602,18}{60} = \frac{\cancel{60}h}{\cancel{60}}$$

$h = 93,37$ m $= m\,L$

$\boxed{\text{mesure } L = 93 \text{ m}}$