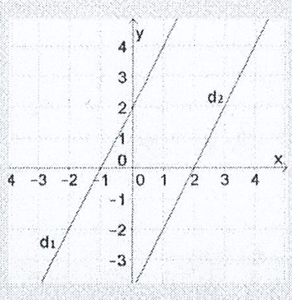
Magalie
Version 2024

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE EN RÉSUMÉ

FORMULES : **DROITE :** $y = mx + b$ **PENTE :** $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

DISTANCE ENTRE 2 POINTS : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Droites parallèles



Caractéristiques :

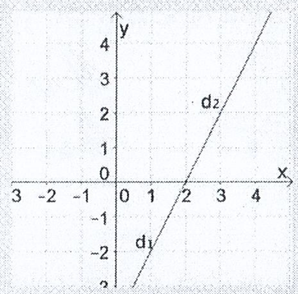
-même pente

-ordonnées à l'origine différentes

Aucun point de rencontre

Ex. $0x = 7$

Droites parallèles confondues



Caractéristiques :

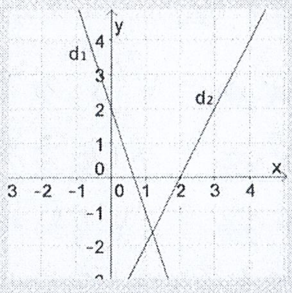
-même pente

-même ordonnée à l'origine

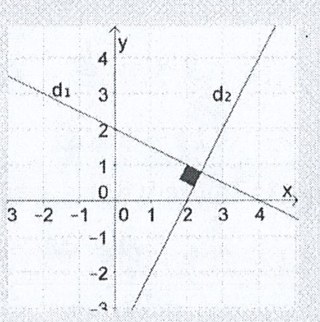
Infinité de solutions

$0x = 0$

Droites sécantes



Cas particulier : **droites ⊥**



Caractéristique : **pentes opposées ET inverses**

($m_1 \times m_2 = -1$)

Un couple solution

Truc
*** Remettre en forme fonctionnelle $y = mx + b$

3 MÉTHODES POUR TROUVER LE OU LES POINT(S) DE RENCONTRE		
COMPARAISON	**SUBSTITUTION**	**RÉDUCTION**
$y_1 = y_2$	Isole UNE variable dans UNE équation et on remplace cette variable dans l'autre équation.	On additionne les 2 équations pour éliminer une variable.

Exemple 1 : Détermine la distance entre les points A(-2, 1) et B(1, 3).

$x_1 y_1 \quad x_2 y_2$

$d_{\overline{AB}} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$d_{\overline{AB}} = \sqrt{(1--2)^2+(3-1)^2}$

$d_{\overline{AB}} = \sqrt{(3)^2+(2)^2}$

$d_{\overline{AB}} = \sqrt{9+4}$

$d_{\overline{AB}} = \sqrt{13} \approx 3{,}61\,u$

Exemple 2 : Trouve l'équation de la droite passant par les points E(-6, -2) et F(-4, -3) et détermine ses coordonnées à l'origine.

$x_1 y_1 \quad x_2 y_2$

$m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \dfrac{-3--2}{-4--6} = \dfrac{-1}{2}$

$y = \dfrac{-1}{2}x + b$ avec $(-6,-2)$ $x\ y$

$-2 = \dfrac{-1}{2}(-6)+b$

$-2 = 3+b$ ord. à l'origine

$-5 = b$

$y = -\dfrac{1}{2}x - 5$

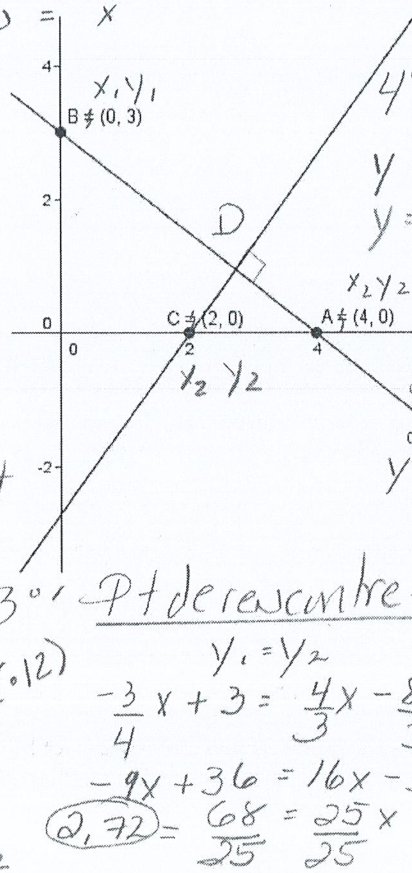
$0 = -\dfrac{1}{2}x - 5$

$5 = -\dfrac{1}{2}x$

$-10 = x$

Rép. (0, -5) et (-10, 0)

Exemple 3 : Trouve la distance entre le point *C* et la droite *d*.



1°/ Equation de la droite $\overline{AB}$

$m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \dfrac{0-3}{4-0} = \dfrac{-3}{4}$

$y_{\overline{AB}} = \dfrac{-3}{4}x + 3$

2°/ Equation de la droite $\overline{CD}$

$m = \dfrac{4}{3}$ les pentes sont inverses et opposées car les droites sont perpendiculaires

$y_{\overline{CD}} = \dfrac{4}{3}x + b$ avec (2,0)

$0 = \dfrac{4}{3}(2)+b$

$-\dfrac{8}{3} = b$

3°/ Pt de rencontre D

$y_1 = y_2$ (0,12) (0,12)

$\dfrac{-3}{4}x + 3 = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{8}{3}$

$-9x + 36 = 16x - 32$

$2{,}72 = \dfrac{68}{25} = \dfrac{25}{25}x$

4°/ Trouve y

$y = \dfrac{-3}{4}x + 3$

$y = \dfrac{-3}{4}(2{,}72)+3$

$y = 0{,}96$

5°/ validation

$y = \dfrac{4}{3}x - \dfrac{8}{3}$

6°/ Couple-sol

$(2{,}72\ ;\ 0{,}96)$
$x_1 \quad y_1$

7°/ $d = \sqrt{(2-2{,}72)^2+(0-0{,}96)^2}$
$= \sqrt{0{,}5184 + 0{,}9216} = \sqrt{1{,}44} = 1{,}2\,u$

TRIGONOMÉTRIE ET AIRE DES TRIANGLES EN RÉSUMÉ

Les rapports trigonométriques

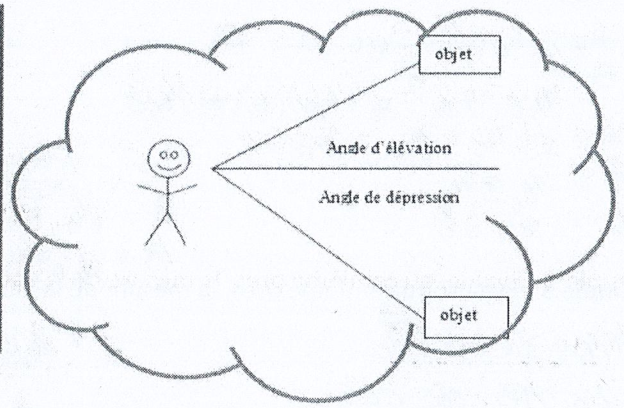
Dans un triangle rectangle :

SOH : $\sin\theta = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$

CAH : $\cos\theta = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

TOA : $\tan\theta = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

Permet de trouver un angle ou une mesure de côté



Triangle quelconque

Loi des sinus :	Loi des cosinus
$$\frac{SinA}{a} = \frac{SinB}{b}$$	$$c^2 = a^2 + b^2 - (2ab\cos C)$$
Dès que l'on connaît un côté ET son angle opposé.	Si on connaît un seul angle et ces 2 côtés adjacents. compris entre 2 côtés
ATTENTION à l'angle OBTUS : $\sin 60° = \sin 120°$	ou Si on a les mesures des 3 côtés du triangle

Justification pratique : La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°.

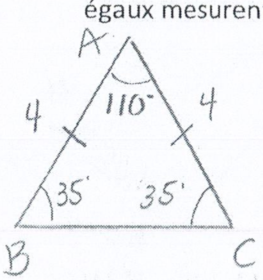
Calculer l'aire dans un triangle :

$A = \dfrac{b \bullet h}{2}$ OU Héron : $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p = demi-périmètre

Il existe aussi : $A = \dfrac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$ — l'angle C est compris entre les côtés a et b

Formule trigonométrique

Exemple 1 : Trouve le périmètre d'un triangle isocèle où les deux angles égaux mesurent 35° et les deux côtés égaux mesurent 4 cm.



1° Trouver m∠A

$m\angle A = 180 - 70 = 110°$

La somme des mesures des ∠ int d'un Δ = 180°

2° Trouver m $\overline{BC}$

loi des sinus

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b}$

$\dfrac{\sin 110}{m\overline{BC}} = \dfrac{\sin 35}{4}$

$m\overline{BC} = \dfrac{4 \cdot \sin 110}{\sin 35} = 6{,}55\text{ cm}$

3° Per

$P = 6{,}55 + 8$

$P = 14{,}55\text{ cm}$

1° Trouver l'aire avec la formule trigo

Exemple 2 : Calcule l'aire du triangle ci-contre.

1° Trouver m $\overline{AC}$

loi des cosinus

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

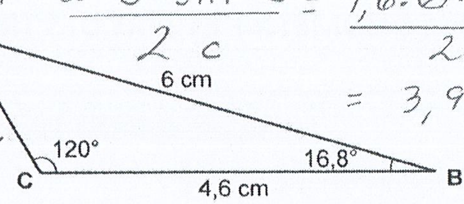
$b^2 = 4{,}6^2 + 6^2 - 2(4{,}6)(6)\cos 16{,}8$

$b^2 = 21{,}16 + 36 - 58{,}84$

$b^2 = 4{,}316$

$b = 2{,}08$

ou



b

2,08

$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2} = \frac{4{,}6 \cdot 6 \cdot \sin 16{,}8}{2}$

$= 3{,}99\ cm^2$

2° Trouver l'aire avec Héron

$p = \frac{6 + 4{,}6 + 2{,}08}{2} = 6{,}34$

$A = \sqrt{6{,}34(4{,}26)(1{,}74)(0{,}34)}$

$A = 3{,}997 \approx 4\ cm^2$

Exemple 3 : Évalue, au centième près, la mesure de la hauteur *h* illustrée dans le triangle ABC ci-dessous.

1° Trouver m $\overline{AC}$

Loi des cosinus

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$b^2 = 9^2 + 10^2 - 2(9)(10)\cos 70$

$b^2 = 81 + 100 - 61{,}56$

$b^2 = 119{,}44$

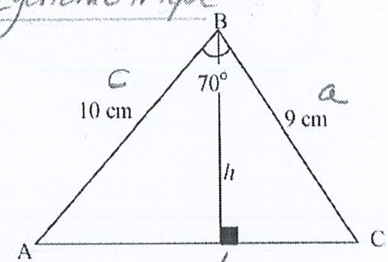
$b \approx 10{,}93$

2° Aire avec formule trigonométrique

$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$

$A = \frac{10 \cdot 9 \cdot \sin 70}{2}$

$A = 42{,}29\ cm^2$



c a b

10,93

3° Trouver h

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$42{,}29 = \frac{10{,}93 \cdot h}{2}$

$7{,}74\ cm = h$

Exemple 4 : Soit le triangle rectangle ABC illustré ci-contre. Dans ce triangle, le segment BD est une hauteur. Quelle est la mesure, arrondie au dixième de mètre près, du segment BD ?

1° Trouver la m $\overline{AB}$ du Δ ABC

rapports trigo

$\cos A = \frac{adj}{hyp}$

$\cos 40° = \frac{m\overline{AB}}{13}$

$m\overline{AB} = 13 \cdot \cos 40 = 9{,}96$

2° Trouver m $\overline{BD}$ du Δ ABC

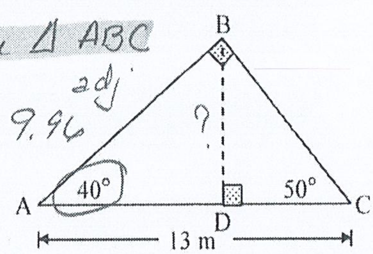
rapports trigo

$\sin A = \frac{opp}{hyp}$

$\sin 40 = \frac{m\overline{BD}}{9{,}96}$

$m\overline{BD} = 9{,}96 \cdot \sin 40$

$= 6{,}4\ m$



adj

9,96

hyp.

Exemple 5 : Au cours d'une partie de hockey, Hubert fait une passe à Julie en utilisant la bande. À l'aide du schéma ci-dessous, déterminez la distance, en ligne droite, qui sépare les deux joueurs.

1° Trouver m $\overline{IJ}$

rel. de Pythagore

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 1^2 + (1{,}2)^2$

$c^2 = 2{,}44$

$c = 1{,}56\ m$

m $\overline{IJ}$ = 1,56 m

2° Trouver m $\overline{IH}$

$c^2 = 0{,}65^2 + 0{,}83^2$

$c^2 = 1{,}1114$

$c = 1{,}05\ m$

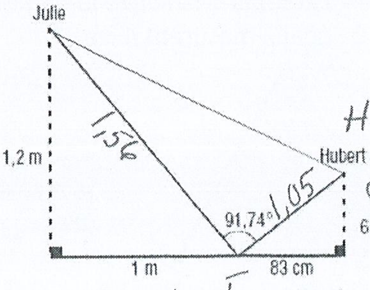
3° Trouver m $\overline{HJ}$ loi des cosinus

$i^2 = j^2 + h^2 - 2jh\cos I$

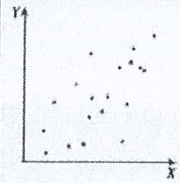
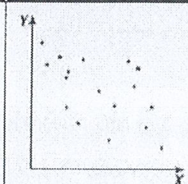
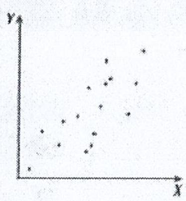
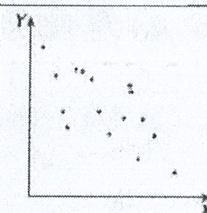
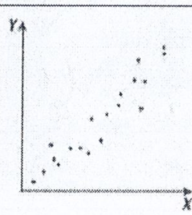
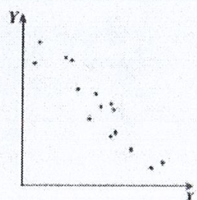
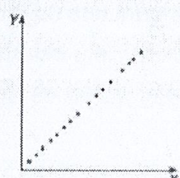
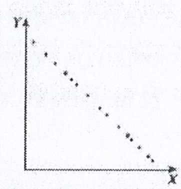
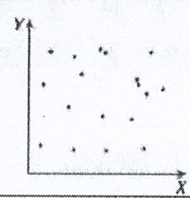
$i^2 = (1{,}56)^2 + (1{,}05)^2 - 2(1{,}56)(1{,}05)\cos 91{,}74$

$i^2 = 3{,}6355$

$i = m\overline{HJ} = 1{,}91\ m$



STATISTIQUES

Sens / Intensité	Positif (les valeurs des deux variables varient dans le même sens)	Négatif (les valeurs des deux variables varient dans le sens contraire)
Faible $\pm$ [0,2 ; 0,5[		
Moyenne $\pm$ [0,5 ; 0,8[		
Forte $\pm$ [0,8 ; 1[		
Parfaite 1		
Nulle [0 ; 0,2[		*Remarque :* On dit que la corrélation est nulle lorsque le nuage de points ne révèle aucun lien évident entre les deux variables.

Ex. :

Place en ordre croissant les coefficients de corrélation suivants :

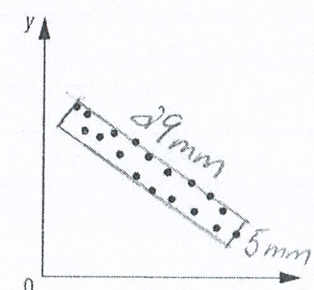
du plus faible au plus fort sans tenir compte des signes

-0,9 0,7 0,1 -0,4 -0,8

0,1
-0,4
0,7
-0,8
-0,9

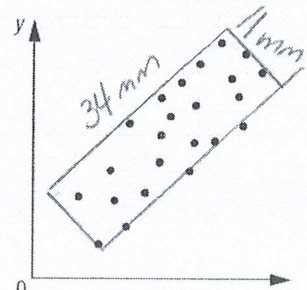
1- Qualifie les corrélations suivantes et calcule le coefficient de corrélation.

forte et négative



$r \approx -\left(1 - \frac{5}{29}\right)$

$r \approx -0,83$



$r \approx \left(1 - \frac{11}{34}\right)$

$r \approx 0,68$

moyenne et positive

2- À l'aide de la distribution ci-dessous :

-créez un tableau à double entrée ;

-qualifiez la corrélation linéaire entre les deux variables.

(95, 88) (90, 75) (68, 80) (77, 65) (74, 82) (86, 80) (50, 58) (78, 80) (94, 88) (74, 78)
(84, 90) (77, 82) (66, 56) (80, 72) (83, 92) (55, 60) (76, 90) (67, 55) (88, 80) (78, 78)
(81, 84) (52, 63) (87, 78) (90, 94) (68, 60) (75, 88) (90, 72) (70, 78) (86, 84) (50, 62)

X

Y

	[50 , 60 [	[60 , 70 [	[70 , 80 [	[80 , 90 [	[90 , 100 [	TOTAL
[50 , 60 [	1	2				3
[60 , 70 [	3	1	1			5
[70 , 80 [			3	2	2	7
[80 , 90 [			4	4	2	11
[90 , 100 [			1	2	1	4
TOTAL	4	4	9	8	5	30

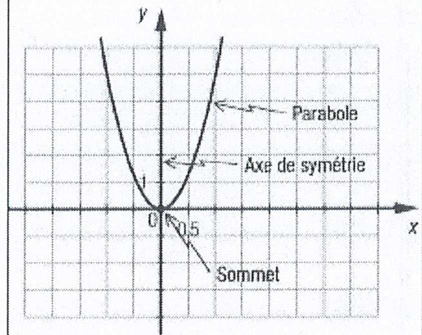
corrélation positive et forte

~~3~~- Dans un parc d'attractions, les participants peuvent gagner un prix en lançant une ou plusieurs balles contre une cible. La valeur du prix augmente en fonction du nombre de fois que la cible est atteinte. On a observé un lien entre le nombre de lancers réussis et le nombre de lancers. Voici quelques données enregistrées au cours de la dernière heure :

Nombre de lancers	20	7	18	10	12	12	19	14	14	16	16	18	8	12	6
Nombre de lancers réussis	9	3	7	6	5	6	10	6	8	8	9	7	6	8	4

Modélisez cette situation à l'aide d'une fonction polynomiale de degré 1. (Mayer)

Exemple 1 :

Description verbale	Règle	Table de valeurs	Représentation graphique
La variable dépendante vaut 5 fois le carré de la variable indépendante.	$f(x) = 5x^2$	on invente les x | y -1 | 5 $-0,5$ | $1,25$ 0 | 0 $0,5$ | $1,25$ 1 | 5	

Exemple 2 : Quelle est la règle de la fonction polynomiale de degré 2 représentée dans la table de valeurs ci-dessous ?

x	y
0	0
2	12,8
3	28,8
5	80

$y = ax^2$ avec $(5, 80)$

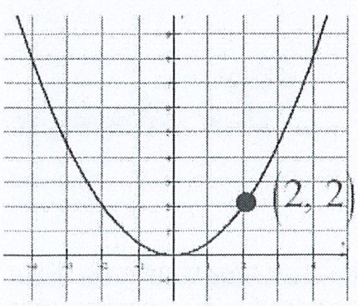
$80 = a(5)^2$

$\frac{80}{25} = \frac{25a}{25}$

$\frac{80}{25} = a$ ou $3,2 = a$

Rép. $y = 3,2x^2$ ou $y = \frac{80}{25}x^2$

Exemple 3 : Quelle est la règle de la fonction polynomiale de degré 2 représentée dans le plan cartésien ci-dessous ?



$y = ax^2$ avec $(2,2)$

$2 = a(2)^2$

$\frac{2}{4} = \frac{4a}{4}$

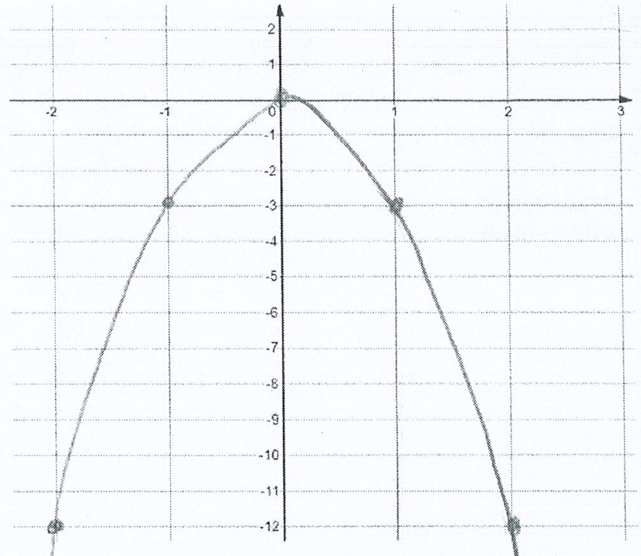
$\frac{1}{2} = a$

Rép. $y = \frac{1}{2}x^2$

Exemple 4 : Représente la fonction $f(x) = -3x^2$ dans le plan cartésien ci-contre.

on invente

x	y
-2	-12
-1	-3
0	0
1	-3
2	-12



Exemple 5 : Quelle est la règle de la fonction représentée par la table de valeurs ci-dessous ?

x	y
-4	9,6
-2	2,4
3	5,4
5	15

1er $y = ax^2$ avec $(5, 15)$

$15 = a(5)^2$

$\frac{15}{25} = \frac{25a}{25}$

$\frac{15}{25} = a$ ou $0,6 = a$

ce n'est pas précisé que c'est une poly degré 2 donc on vérifie avec 2 pts

2e $y = ax^2$ avec $(3 ; 5,4)$

$5,4 = a(3)^2$

$\frac{5,4}{9} = \frac{9a}{9}$

$0,6 = a$

Rép: $\boxed{y = 0,6x^2}$

Exemple 6 : Soit la fonction $f(x) = 12x^2$. Trouve les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 192$.

$f(x) = 12x^2$

$\frac{192}{12} = \frac{12x^2}{12}$

$\pm\sqrt{16} = \sqrt{x^2}$

$\pm 4 = x$

Rép. Pour $x = 4$ et $x = -4$

Exemple 7 : On a modélisé la croissance d'un titre en bourse depuis son introduction par une fonction polynomiale de degré 2 dont la règle est $V = 1,25t^2$, où t correspond au temps (en mois) et V, à la valeur d'une action (en $). À quel moment la valeur de l'action sera-t-elle égale à 80 $?

$V = 1,25t^2$

$\frac{80}{1,25} = \frac{1,25t^2}{1,25}$

$\pm\sqrt{64} = \sqrt{t^2}$

$\pm 8 = t$

$t = 8$ $\quad$ $t = \cancel{-8}$ à rejeter car valeur nég. impossible

> **N.B.** Dans un contexte, on doit souvent rejeter une des deux valeurs de *x*.

Rép. Après 8 mois

Exemple 8 : Clara, Jacob et Victor possèdent chacun une terrasse de bois. Ils engagent le même entrepreneur pour appliquer un enduit sur leur terrasse respective. L'entrepreneur propose 2 types d'enduits : un vernis ou une peinture. Les 3 terrasses sont carrées, mais de grandeurs différentes.

Le vernis

Pour une terrasse carrée, la fonction f décrite ci-dessous permet de déterminer le coût de l'application du vernis.

$f(x) = 8{,}8x^2$ où

x : mesure de l'un des côtés de la terrasse, en mètres

f(x) : coût de l'application du vernis, en dollars

La peinture

Pour une terrasse carrée, la fonction g décrite ci-dessous permet de déterminer le coût de l'application de la peinture.

$g(x) = ax^2$ où

x : mesure de l'un des côtés de la terrasse, en mètres

g(x) : coût de l'application de la peinture, en dollars

Le coût de l'application du vernis sur la terrasse de Clara est de 178,20$. $f(x)$ $(x, 178{,}20)$

Le coût de l'application de la peinture sur la terrasse de Clara est de 283,50$. $g(x)$

Le coût de l'applications de la peinture sur la terrasse de Jacob est de 143,36$. $g(x)$

Chaque côté de la terrasse de Victor mesure 1,8 m de plus que chaque côté de la terrasse de Jacob.

Quel est le coût de l'application du vernis sur la terrasse de Victor ? $f(x)$

1

1er Trouver la mesure du côté de la terrasse de Clara

Vernis $f(x) = 8{,}8x^2$

$\frac{178{,}20}{8{,}8} = \frac{8{,}8x^2}{8{,}8}$

$\pm\sqrt{20{,}25} = \sqrt{x^2}$

$\pm 4{,}5\text{m} = x$

à rejeter car réponse nég. impossible

2e Trouver le « a » de la peinture pour la terrasse de Clara

Peinture

$g(x) = ax^2$

$283{,}50 = a(4{,}5)^2$

$\frac{283{,}50}{20{,}25} = \frac{a\,20{,}25}{20{,}25}$

$14 = a$

$g(x) = 14x^2$

3e Trouver la mesure de la terrasse de Jacob

Peinture $g(x) = 14x^2$

$\frac{143{,}36}{14} = \frac{14x^2}{14}$

$\pm\sqrt{10{,}24}\ \sqrt{x^2}$

$\pm 3{,}2\text{m} = x$

à rejeter car mesure nég. impossible

4e Coût de l'application de vernis sur la terrasse de Victor

Mesure Victor terrasse $= 3{,}2 + 1{,}8 = 5\text{ m}$

$f(x) = 8{,}8x^2$

$f(5) = 8{,}8(5)^2$

$f(5) = 220\ \$$

$\boxed{\text{rép. } 220\ \$}$

Exemple 9 :

UNE TOILE ET UN FILET

Carlos, Liang et Raphaël possèdent chacun une piscine hors terre.

Les bases des trois piscines sont circulaires, mais de rayons différents.

Pour chaque piscine, il est possible d'acheter une toile solaire et un filet antifeuilles.

TOILE SOLAIRE	FILET ANTIFEUILLES
La fonction f décrite ci-dessous permet de déterminer le coût d'une toile solaire selon le rayon de la piscine. $f(x) = 10x^2$ où x : rayon de la piscine, en mètres $f(x)$: coût de la toile solaire, en dollars	La fonction g décrite ci-dessous permet de déterminer le coût d'un filet antifeuilles selon le rayon de la piscine. $g(x) = ax^2$ où x : rayon de la piscine, en mètres $g(x)$: coût du filet antifeuilles, en dollars

- Le coût de la toile solaire pour la piscine de Carlos est de 102,40 $. $f(x)$ $(x ; 102,40)$
- Le coût du filet antifeuilles pour la piscine de Carlos est de 81,92 $. $g(x)$
- Le coût du filet antifeuilles pour la piscine de Liang est de 109,52 $. $g(x)$
- Le rayon de la piscine de Raphaël est de 0,9 m de plus que celui de la piscine de Liang.

Quel est le coût de la toile solaire pour la piscine de Raphaël? $f(x)$

1° Trouver le rayon de la piscine de Carlos

Toile solaire

$f(x) = 10x^2$

$\frac{102,40}{10} = \frac{10x^2}{10}$

$\pm\sqrt{10,24} = \sqrt{x^2}$

$\pm 3,2\text{ m} = x$

à rejeter car mesure nég. impossible

2° Trouver le "a" pour le filet antifeuilles

Filet

$g(x) = ax^2$

$81,92 = a(3,2)^2$

$\frac{81,92}{10,24} = \frac{10,24a}{10,24}$

$8 = a$

$\boxed{g(x) = 8x^2}$

3° Trouver le rayon de la piscine de Liang

Filet

$g(x) = 8x^2$

$\frac{109,52}{8} = \frac{8x^2}{8}$

$\pm\sqrt{13,69} = \sqrt{x^2}$

$\pm 3,7\text{ m} = x$

à rejeter car mes. nég. imp.

4° Trouver le coût pour la toile de Raphaël

Toile solaire

Rayon toile Raph $= 3,7 + 0,9 = 4,6\text{ m}$

$f(x) = 10x^2$

$f(4,6) = 10(4,6)^2$

$f(4,6) = 211,60\ \$$

$\boxed{\text{Rép. } 211,60\ \$}$

NCTION EXPONENTIELLE

Touches calculatrice $\boxed{y^x}$ ou $\boxed{\wedge}$

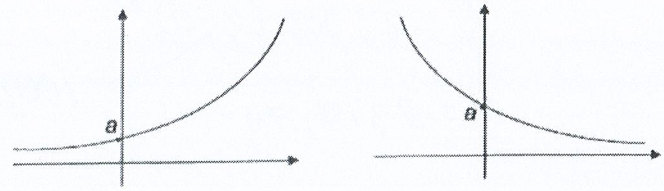
Une **fonction exponentielle** est représentée graphiquement par une **courbe** qui ne touche **jamais l'axe des x.**

Règle : $y = a(base)^x$, où $a \neq 0$ et $base \neq 1$

a : ordonnée à l'origine (valeur initiale)

base : facteur multiplicatif (évolution de la situation)

x : nombre de fois que la situation se répète dans l'unité de temps



Croissante si c > 1 Décroissante si 0 < c < 1

$y = \underset{a}{\text{au départ}}\,(\underset{c}{\text{ce qui se passe}})^{x}$

x : nbre de fois que se produit dans l'unité de temps

Exemple 1 : Dans une boîte de Petri, j'ai 2000 bactéries qui triplent à chaque heure. Combien aurais-je de bactéries dans 3 heures ?

TOUJOURS CALCULER L'EXPOSANT EN PREMIER

$y = ac^x$

$y = 2000(3)^x$

$y = 54\,000$

x : nbre de fois en 3 heures

y : nbre bactéries

rép. 54 000 bactéries

Exemple 2 : Il y a 4 rats dans une grange et leur nombre quintuple 2 fois par mois. Combien y aura-t-il de rats dans 6 mois ?

$y = ac^x$

$y = 4(5)^{12}$

$y = 976\,562\,500$

x : nbre de fois en 6 mois

y : nbre de rats

rép. 976 562 500 rats

Exemple 3 : Une population de 350 grenouilles double à tous les ans. Combien aurai-je de grenouilles dans 7 ans ?

$y = ac^x$

$y = 350(2)^7$

$y = 44\,800$

x : nbre de fois en 7 ans

y : nbre de grenouilles

rép. 44 800 grenouilles

Exemple 4 : André a un salaire annuel de 30 000 $. Si son salaire augmente de 3 % par année, quel sera son salaire dans 20 ans ?

$y = ac^x$

$y = 30\,000(1{,}03)^{20}$

$y = 54\,183{,}34$

100% + 3% = 103%

Attention, on travaille avec 100% le % donné selon le contexte…

100% au départ
ou
1,00 au départ

rép. 54 183,34 $

Exemple 5 : Une ville comptait 75 000 habitants en 1990, mais elle perd le dixième de sa population à chaque année. est la population actuelle ?

$2023 - 1990 = 33$ ans

x : nbre de fois en 33 ans

$$y = ac^x$$
$$y = 75\,000(0{,}90)^{33}$$
$$y = 2317{,}74$$

$100\% - 10\% = 90\%$

$\boxed{\text{Rép. } 2317 \text{ habitants}}$

Exemple 6 : La population de Lévis augmente de 2,8 % par année. Il y avait en janvier 2009, 133 352 habitants. Si la tendance se maintient, quelle sera la population en janvier 2023 ?

$$y = ac^x$$
$$y = 133\,352(1{,}028)^{14}$$
$$y = 196\,292{,}24$$

$100\% + 2{,}8\% = 102{,}8\%$
$1{,}028$

2009	0 année déroulée
2010	1
2011	2
⋮	
2023	14 années

rép. 196 292 hab.

Recherche de la règle à partir d'un graphique ou d'une table de valeur lorsque l'**ordonnée à l'origine est connue :**

1. Remplacer l'**ordonnée à l'origine** (paramètre a) dans la règle de la forme $y = a(base)^x$.
2. Remplacer x et y par un **autre** couple connu.
3. Isoler la **base**.

Exemple 1 : Détermine la règle de la fonction exponentielle dont les coordonnées sont représentées dans la table de valeurs suivante :

x	y
0	0,5
4	128
6	2048

au départ

$y = ac^x$ avec $(4, 128)$

$$\frac{128}{0{,}5} = \frac{0{,}5c^4}{0{,}5}$$
$$256 = c^4$$
$$\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{c^4} \Rightarrow c = 4$$

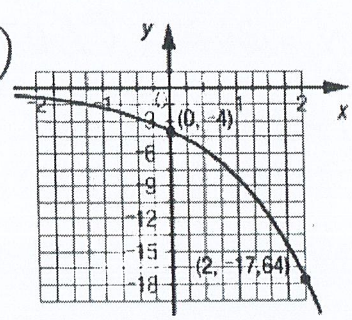
Réponse : $y = 0{,}5(4)^x$

Exemple 2 : Détermine la règle de la fonction représentée ci-contre.

$(0, -4)$ au départ

$y = ac^x$ avec $(2, -17{,}64)$

$$\frac{-17{,}64}{-4} = \frac{-4c^2}{-4}$$
$$\sqrt{4{,}41} = \sqrt{c^2}$$
$$2{,}1 = c$$



Rép. $y = -4(2{,}1)^x$

Recherche de la règle à partir d'une table de valeur lorsque **l'ordonnée à l'origine n'est pas connue :**

1. Trouver le facteur multiplicatif (base) à partir des ordonnées de la table de valeurs (à partir d'une variation unitaire (+1) de x).
2. Remplacer **la base** dans la règle de la forme $y = a(base)^x$.
3. Remplacer x et y par un couple.
4. Isoler le **paramètre a**.

Exemple 1 : Détermine la règle de la fonction exponentielle dont les coordonnées sont représentées dans la table de valeurs suivante :

x	y
2	20
3	40
4	80

+1, +1 ; ×2, ×2

ce qui ce passe

$y = ac^x$

$y = a(2)^x$ avec $(2, 20)$

$20 = a(2)^2$

$\frac{20}{4} = \frac{4a}{4}$

$5 = a$

Rép. $y = 5(2)^x$

Exemple 2 : Détermine la règle de la fonction exponentielle dont les coordonnées sont représentées dans la table de valeurs suivante :

x	y
0	1
1	8
2	64
3	512
5 (4)	32 768

+1, +2 ; ÷8, ÷8, ×8, ×8, ×8

$y = ac^x$

$y = a(8)^x$ avec $(2,64)$

$64 = a(8)^2$

$\frac{64}{64} = \frac{64a}{64}$

$1 = a$

Rép. $y = 8^x$

ou

$y = 1(8)^x$

Résolution d'une équation exponentielle (trouver la valeur de x dans $y = a(base)^x$) :

Par essais-erreurs ou log → quel est l'exposant de

La règle d'une fonction exponentielle est : $y = 3000(2)^x$ où y représente le nombre de bactéries et x le nombre d'heures. Quelle est la différence d'heures entre le moment où le nombre de bactéries atteint 192 000 et entre le moment où le nombre de bactéries est de 3 072 000 ?

$y = ac^x$ et $y = ac^y$

$\frac{192000}{3000} = \frac{3000(2)^x}{3000}$

$64 = 2^x$

$\log_2 64$

$\frac{\log 64}{\log 2} = x$

$6 = x$

$\frac{3072000}{3000} = \frac{3000(2)^x}{3000}$

$1024 = 2^x \rightarrow \log_2 1024$

$\frac{\log 1024}{\log 2} = x$

$10 = x$

Rép. 10 − 6 = 4 heures de différence

Exemple 1 : Une ville compte 75 000 habitants, mais elle perd 5 % de sa population à chaque année. Dans combien de temps y aura-t-il environ 60 000 habitants ?

$y = ac^x$

$\frac{60000}{75000} = \frac{75000(0,95)^x}{75000}$

100% − 5% = 95%
0,95

$0,8 = 0,95^x$

$\log_{0,95} 0,8$

$\frac{\log 0,8}{\log 0,95} = x$

$4,35 = x$

Rép. Env. 4 ans et 4 mois

$\frac{35}{100} = \frac{?}{12}$

Exemple 2 : La valeur de la voiture que j'ai achetée à 10 000 $ il y a quelques années vaut maintenant 6585,03 $. Sachant que j'ai perdu 13 % de sa valeur à chaque année, depuis combien de temps ai-je ma voiture ?

$y = ac^x$

$\frac{6585,03}{10000} = \frac{10000(0,87)^x}{10000}$

100% − 13% = 87%
0,87

$0,658503 = 0,87^x$

$\log_{0,87} 0,658503$

$\frac{\log 0,658503}{\log 0,87} = x$

$3 = x$

Rép. Depuis 3 ans

Exemple 3 : **LE BON MOMENT** Xavier effectue un placement garanti à la banque avec l'intention de le retirer en totalité dans 25 ans. **Lequel des 2 placements sera le plus élevé après 25 ans ?** Les deux choix ci-dessous s'offrent à lui :

Placement 1 : 7000 $ à un taux d'intérêt annuel de 2,30 % ;

Placement 2 : 6500 $ à un taux d'intérêt mensuel de 0,25 %

Placement 1

$y = ac^x$ → nbre de fois que ça se produit dans mon unité de temps

$y = 7000(1,023)^{25}$

$y \approx 12\,359,16\,\$$

Placement 2

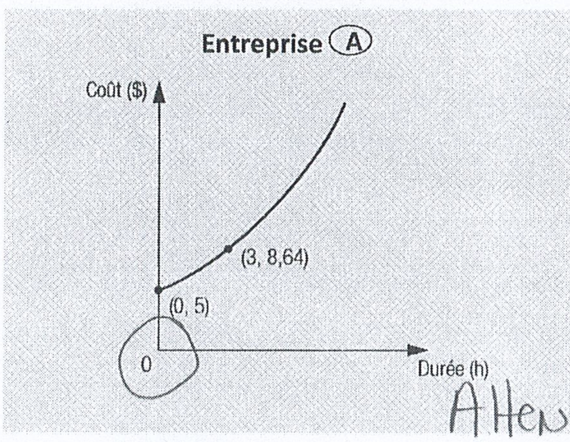
$y = ac^x$ → $12 \cdot 25 = 300$

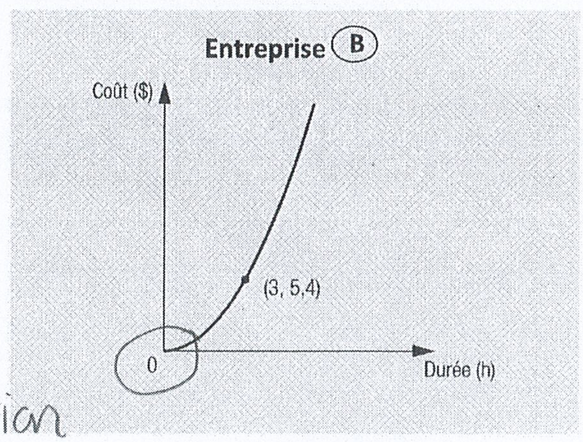
$y = 6500(1,0025)^{300}$

$y = 13\,747,63\,\$$

Rép. Placement 2

Exemple 4 : Marianne veut louer un équipement pour faire de la plongée en apnée. Elle consulte deux entreprises de location pour connaître leurs prix. Les graphiques suivants expriment le coût de location selon sa durée. **Laquelle des deux entreprises est plus avantageuse pour une location de 6 h ?**





Attention

Entreprise A

1°) $y = ac^x$

$y = 5c^x$ avec $(3 ; 8,64)$

$\frac{8,64}{5} = \frac{5c^3}{5}$

$\sqrt[3]{1,728} = \sqrt[3]{c^3}$

$1,2 = c$

2°) Pour $x = 6$

$y = 5(1,2)^6 = 14,93\,\$$

Entreprise B

1°) $y = ax^2$

$5,4 = a(3)^2$

$\frac{5,4}{9} = \frac{9a}{9}$

$0,6 = a$

2°) Pour $x = 6$

$y = 0,6(6)^2$

$y = 21,60\,\$$

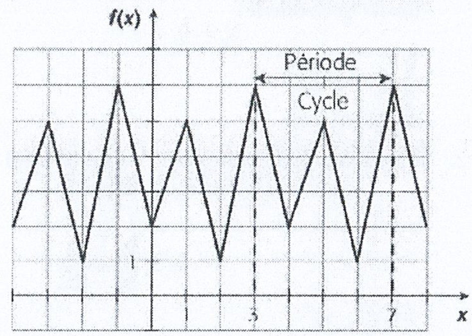
Rép. Entreprise A

FONCTION PÉRIODIQUE

La **fonction périodique** est utilisée pour modéliser des **phénomènes cycliques** comme les marées, le mouvement d'un pendule ou les battements cardiaques.

La **période (P)** est définie comme la longueur (l'étendue) d'un cycle de la fonction.

Exemple 1 : Détermine la période de la fonction représentée ci-dessous et détermine la valeur de $f(22)$.



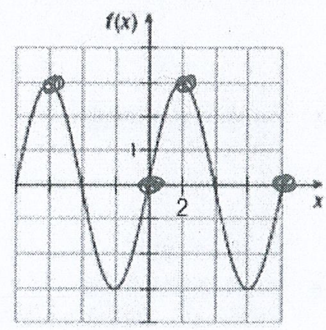
période $= 7-3=4$

$f(22)=f(18)=f(14)=f(10)=f(6)$

Rép. $f(6)=1$

visuel sur le graphique

Exemple 2 : Détermine la période de la fonction représentée ci-dessous et détermine la valeur de $f(-12)$.



période $= 8-0=8$

ou

$2 - {-6} = 8$

$f(-12)=f(-4)=0$

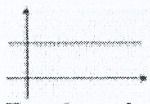
visuel sur le graphique

FONCTIONS EN RÉSUMÉ

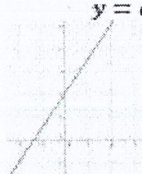
***CETTE ANNÉE, IL N'Y A QUE 5 TYPES À L'ÉTUDE (DONC, NE PAS ÉTUDIER FONCTION EN ESCALIER) !

6 types de fonctions en CST4:

1. Fonction polynomiale de 0 degré (droite horizontale)
   $y = b$



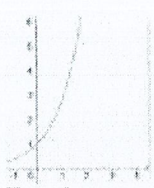
2. Fonction polynomiale du 1er degré (droite)
   $y = ax + b$ ou $y = mx + b$



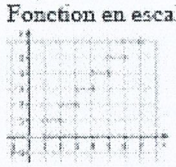
$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

3. Fonction polynomiale du 2e degré (parabole)
   $y = ax^2$

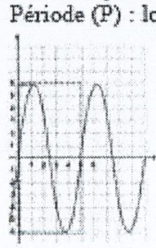
4. Fonction exponentielle
   $y = a(base)^x$



5. Fonction en escalier



6. Fonction périodique
   Période (P) : longueur d'un cycle



Coordonnées à l'origine

Ordonnée à l'origine	Abscisse à l'origine
On a l'équation de la fonction, alors on pose $x = 0$	On a l'équation de la fonction, alors on pose : $f(x) = 0$ $y = 0$
Ex: $f(x) = 3(4)^x$ $f(0) = 3(4)^0$ $f(0) = 3(1)$ $f(0) = 3$	Ex : $f(x) = -6x + 4$ $f(x) = -6x + 4$ $0 = -6x + 4$ $-4 = -6x$ $\frac{2}{3} = x$
$(0, 3)$	$(\frac{2}{3}, 0)$

(x) Domaine : valeurs possibles des abscisses
(y) Image ou Codomaine : valeurs possibles des ordonnées

(y) Ordonnée à l'origine: valeur de y quand $x = 0$
(x) Zéros de fonction: valeur(s) de x quand $y = 0$

(y) Extremum (min et max) : valeur minimale et maximale de l'ordonnée

(x) Variation (croissance, décroissance et constance) : valeurs de x quand les y augmentent (croissance), diminuent (décroissance) ou ne varient pas (constance)

(x) Signes (positif et négatif): valeurs de x quand les y sont positifs (au-dessus de l'axe des abscisses) ou négatifs (en dessous de l'axe des abscisses)