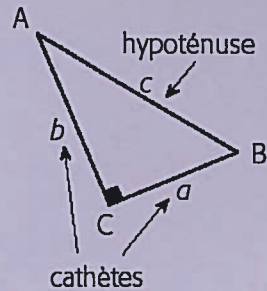


La relation de Pythagore

Chapitre 1 exercices p.31

Dans tout triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des cathètes.



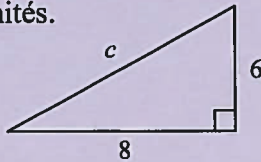
$$c^2 = a^2 + b^2$$



- Le côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle est toujours le côté le plus long. Il s'appelle l'hypoténuse.
- Les côtés adjacents à l'angle droit sont les cathètes du triangle rectangle.

Exemples :

1. Trouver la mesure c de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les autres côtés mesurent 6 et 8 unités.

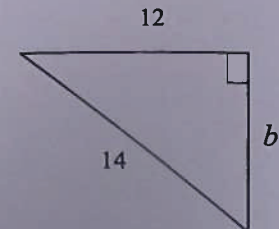


$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 6^2 + 8^2 \\ c^2 &= 36 + 64 \\ \sqrt{c^2} &= \sqrt{100} \\ c &= 10 \end{aligned}$$

L'hypoténuse mesure 10 unités.

2. Déduire la valeur de b dans le triangle ci-dessous.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 14^2 &= 12^2 + b^2 \\ 196 &= 144 + b^2 \\ -144 & \quad -144 \\ \hline \sqrt{52} &= \sqrt{b^2} \\ b &\approx 7,211 \end{aligned}$$



La valeur exacte de b est $\sqrt{52}$ unités et sa valeur approximative, 7,211 unités.

Réciproque de la relation de Pythagore

Si un triangle est tel que le carré de la mesure d'un côté est égal à la somme des carrés des mesures des autres côtés, alors il est un triangle rectangle.

Si $a^2 + b^2 = c^2$, alors le triangle est un triangle rectangle.

Exemples

À partir des mesures de côtés d'un triangle, on peut vérifier s'il est un triangle rectangle.

Parmi les mesures de côtés de triangle suivantes, lesquelles forment des triangles rectangles ?

a) 4, 9, 10

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$10^2 \stackrel{?}{=} 4^2 + 9^2$$

$$100 \stackrel{?}{=} 16 + 81$$

$$100 \stackrel{?}{=} 97 \text{ Non!}$$

le Δ n'est pas rectangle

b) 5, 13, 12

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$13^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 12^2$$

$$169 \stackrel{?}{=} 25 + 144$$

$$169 \stackrel{?}{=} 169 \text{ Oui}$$

le Δ est rectangle.

c) 10, 6, 7

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$10^2 \stackrel{?}{=} 6^2 + 7^2$$

$$100 \stackrel{?}{=} 36 + 49$$

$$100 \stackrel{?}{=} 85 \text{ Non}$$

le Δ n'est pas rectangle

d) 4,5 ; 2,5 ; 5,5

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$5,5^2 \stackrel{?}{=} 2,5^2 + 4,5^2$$

$$30,25 \stackrel{?}{=} 6,25 + 20,25$$

$$30,25 \stackrel{?}{=} 26,50 \text{ Non!}$$

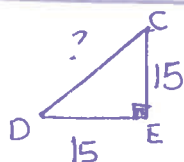
le Δ n'est pas rectangle

La relation de Pythagore en géométrie

Exemple

Trouve l'aire de la section ABCD si l'arête du cube mesure 15 cm.

① Trouver la mesure \overline{DC}



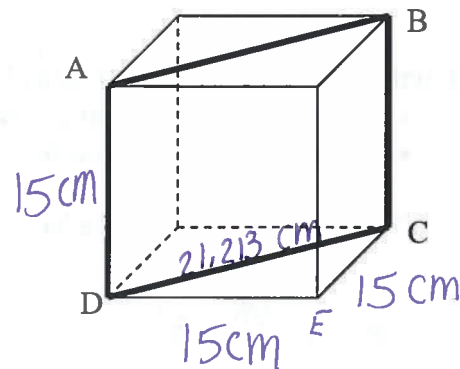
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 15^2 + 15^2$$

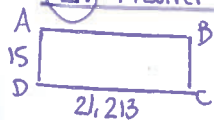
$$c^2 = 225 + 225$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{450}$$

$$c \approx 21,213 \text{ cm}$$



② Trouver l'aire ABCD



$$A = b \times h$$

$$= 21,213 \times 15$$

$$= 318,20 \text{ cm}^2$$

Réponse :

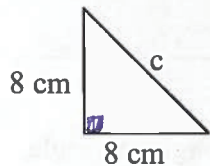
L'aire de la section ABCD est de $318,20 \text{ cm}^2$.

La relation de Pythagore dans certains cas particuliers

La relation de Pythagore dans le triangle rectangle isocèle. $\rightarrow c^2 = 2a^2$

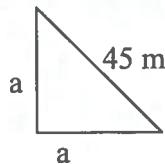
1. Trouve la mesure manquante dans les triangles rectangle isocèle ci-dessous.

a)



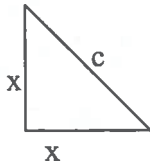
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 2a^2 \\ c^2 &= 2 \cdot 8^2 \\ c^2 &= 2 \cdot 64 \\ \sqrt{c^2} &= \sqrt{128} \\ c &\approx 11,31 \text{ cm} \end{aligned}$$

b)



$$\begin{aligned} c^2 &= 2a^2 \\ 45^2 &= 2a^2 \\ \frac{2025}{2} &= \frac{2a^2}{2} \\ \sqrt{1012,5} &= \sqrt{a^2} \\ a &\approx 31,82 \text{ cm} \end{aligned}$$

c) Isole x

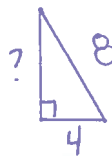
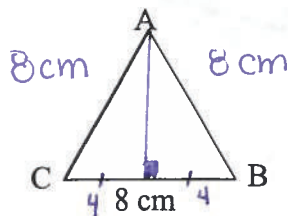


$$\begin{aligned} c^2 &= 2a^2 \\ c^2 &= 2 \cdot x^2 \\ \frac{c^2}{2} &= \frac{2x^2}{2} \\ \sqrt{\frac{c^2}{2}} &= \sqrt{x^2} \\ x &= \sqrt{\frac{c^2}{2}} \end{aligned}$$

Particularités de la hauteur dans les triangles isocèles et dans les triangles équilatéraux.

- La hauteur d'un triangle est toujours perpendiculaire à sa base ;
- Dans les triangles isocèles, la hauteur est aussi la médiane.

2. Trouve la mesure de la hauteur dans le triangle équilatéral suivant.



$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 8^2 &= 4^2 + b^2 \\ 64 &= 16 + b^2 \\ -16 & -16 \\ \sqrt{48} &= \sqrt{b^2} \\ b &\approx 6,93 \text{ cm} \end{aligned}$$