Page 149 – Atelier 1

a) Par une ligne : une droite, un segment, une demi-droite, une bissectrice, une hauteur, une médiane, une médiatrice, un polygone, un cercle, etc.

Par une surface : un disque, la région intérieure délimitée par un polygone, la face d'un solide, un plan, etc.

Par un espace : un cube, un prisme, une pyramide, un cône, une boule, etc.

b) Réponses personnelles. *Exemple :* une grandeur. On parle souvent de film en trois dimensions.

c) Un segment.

d) Plusieurs réponses possibles. *Exemples :* un centimètre, un autre segment, etc.

e) La région intérieure d'un rectangle.

f) Plusieurs réponses possibles. *Exemples :* un centimètre carré, une autre figure à deux dimensions, etc.

g) Activité d'échange et de coopération. Plusieurs réponses possibles. *Exemple :* Si on place une feuille de papier sur le dessus du pupitre et qu'on la soulève de manière à ce qu'elle reste parallèle au pupitre, on crée un prisme à base rectangulaire.

h) Plusieurs réponses possibles. *Exemples :* un centimètre cube, un autre prisme, etc. Les unités de mesure doivent être de la même nature (comporter le même nombre de dimensions) que les figures qu'elles mesurent. Une ligne peut mesurer une ligne, une surface peut mesurer une surface et un espace peut mesurer un espace.

i) Activité d'échange et de coopération. Plusieurs réponses possibles. *Exemple :* Sur un prisme à base rectangulaire, les arêtes ont une dimension (on peut les représenter par une ligne) et les faces ont deux dimensions (elles délimitent une surface).

Page 149 – Mise en pratique

1. Plusieurs réponses possibles. *Exemple :* On peut prendre un petit cube (un dé à jouer, par exemple) et compter le nombre de fois que le cube peut entrer dans chacune des boîtes et comparer les deux nombres obtenus.

Page 150 – Atelier 2

a) 108 cubes-unités, soit $3 \times 6 \times 6$.

b) Non. Il suffit de connaître le nombre de cubes-unités composant chacun des deux côtés de la base ainsi que le nombre de cubes-unités composant la hauteur du prisme. Ensuite, il faut multiplier ces trois nombres.

c) Voici le nombre de cubes composant chacun des prismes à représenter sur le document reproductible.

1) 24 cubes-unités, soit $3 \times 2 \times 4$.

2) 125 cubes-unités, soit $5 \times 5 \times 5$.

3) 18 cubes-unités, soit $3 \times 2 \times 3$.

4) 24 cubes-unités, soit $3 \times 2 \times 4$.

5) 36 cubes-unités, soit $3 \times 3 \times 4$.

6) 80 cubes-unités, soit $5 \times 4 \times 4$.

d) **1)** 48 cm^2, soit 8×6.

2) 4 cm

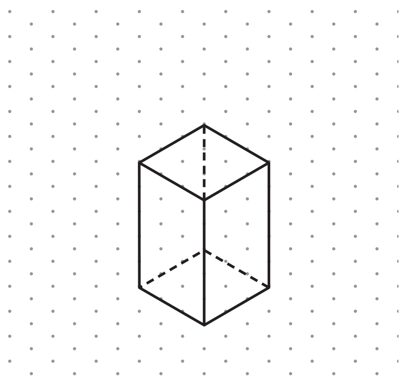
3) 192 cm^3, soit l'aire de la base multipliée par la hauteur.

4) L'aire de la base multipliée par la hauteur pour les prismes et pour les cylindres.

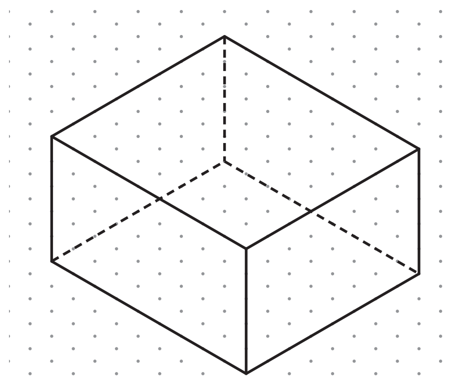
Page 150 – Mise en pratique

1. Plusieurs représentations possibles. *Exemples :*

a)



b)



2. Plusieurs réponses possibles. *Exemples :*

a) Selon la représentation du numéro **1 a),** si un cube-unité a des arêtes de 5 cm, alors le volume serait de 5625 cm^3, soit 15 cm $\times$ 15 cm $\times$ 25 cm.

b) Selon la représentation du numéro **1 b),** si un cube-unité a des arêtes de 6 cm de côté, alors le volume serait de 77 760 cm^3, soit 54 cm $\times$ 48 cm $\times$ 30 cm.

Page 151 – Atelier 3

a) La boîte de 1 cm^3 peut contenir 1000 petites boîtes de 1 mm^3. Plusieurs explications possibles. *Exemple :* On peut former un étage de 100 petites boîtes ayant 10 boîtes de largeur et 10 boîtes de longueur, puis placer 10 de ces étages dans la boîte de 1 cm^3, car chaque étage a 1 mm de haut et 10 mm équivalent à 1 cm.

b) La boîte de 1 dm^3 peut contenir 1000 petites boîtes de 1 cm^3. Plusieurs explications possibles. *Exemple :* On peut former un étage de 100 petites boîtes ayant 10 boîtes de largeur et 10 boîtes de longueur, puis placer 10 de ces étages dans la boîte de 1 dm^3, car chaque étage a 1 cm de haut et 10 cm équivalent à 1 dm.

c) La boîte de 1 m^3 peut contenir 1000 petites boîtes de 1 dm^3. Plusieurs explications possibles. *Exemple :* On peut former un étage de 100 petites boîtes ayant 10 boîtes de largeur et 10 boîtes de longueur, puis placer 10 de ces étages dans la boîte de 1 m^3, car chaque étage a 1 dm de haut et 10 dm équivalent à 1 m.

d) Selon le texte, l'arête du cube d'une capacité de 1 L mesure 1 dm, car 1 dm correspond à un dixième de mètre.

Dans le cas d'un cube ayant une capacité de 1 mL, la mesure de ses arêtes est de 1 cm. En effet, on sait que 1 L équivaut à 1 dm^3 et que 1 dm^3 équivaut à 1000 cm^3. De plus, puisque 1 L équivaut à 1000 mL, on en déduit que 1000 cm^3 équivalent à 1000 mL et, par conséquent, que 1 cm^3 équivaut à 1 mL. Donc, un cube ayant une capacité de 1 mL a des arêtes qui mesurent 1 cm.

Dans le cas d'un cube ayant une capacité de 1 kL, la mesure de ses arêtes est de 1 m. En effet, si 1 L équivaut à 1 dm^3, alors 1000 L équivalent à 1000 dm^3. De plus, 1000 L équivalent à 1 kL et 1000 dm^3 équivalent à 1 m^3 (voir le point **c)**). Par conséquent, 1 kL équivaut à 1 m^3. Donc, un cube ayant une capacité de 1 kL a des arrêtes qui mesurent 1 m.

Page 151 – Mise en pratique

1.

a) 0,345	**e)** 1000	**i)** 1000
b) 4000	**f)** 1,2	**j)** 0,015
c) 2	**g)** 10	**k)** 4000
d) 4	**h)** 234,5	**l)** 0,67

Page 154 – Exercices

1. a) $9{,}876\,543\ m^3$ **b)** $9876{,}543\ dm^3$

2. a) 3,142 787 kL **b)** 31,427 87 hL **c)** 314, 2787 daL **d)** 3 142,787 L **e)** 31 427,87 dL **f)** 314 278,7 cL

3. a) 1,7 **b)** 3500 **c)** 8 **d)** $3{,}5 \times 10^{-11}$ **e)** 0,004 58 **f)** 2 500 000 000

4. a) dam^3 **b)** m^3 **c)** dm^3 **d)** mm^3 **e)** dam^3 **f)** cm^3

5. a) 840 **b)** 4,58 **c)** 8 **d)** 0,0055 **e)** 6,2 **f)** 0,5

6. a) 0,4 **b)** 0,0376 **c)** 0,148 **d)** 29 **e)** 478 **f)** 120 000 000

7. a) $1\ dm^3$ **b)** $1{,}89\ dm^3$ **c)** $0{,}25\ dm^3$ **d)** $0{,}5\ dm^3$

Page 155 – Exercices (*suite*)

8. a) 7,852 **b)** 3 **c)** 900 **d)** 50 **e)** 350 000 **f)** 0,12

9. a) 4870 mL, soit $210 + 4610 + 50$.
b) 253 900 mL, soit $4300 - 400 + 250\,000$.

10. a) Faux. **b)** Faux. **c)** Vrai. **d)** Vrai. **e)** Vrai. **f)** Faux. **g)** Faux. **h)** Faux.

11. a) $0{,}000\,045\,66\ m^3$; $45\,670\ mm^3$; $46\ cm^3$; 0,05 L ; 560 mL
b) $0{,}045\ dm^3$; $0{,}000\,09\ m^3$; 420 ml ; 45 cL ; 4,51 dL
c) $1000\ cm^3$; 0,29 daL ; 0,003 kL ; $3{,}1\ dm^3$; $4\,000\,000\ mm^3$
d) $53\,000\ dm^3$; 500 kL ; 5001 hL ; $502\ m^3$; $5\ dam^3$

12.

ÉCRIS CE QUE TU AS REMARQUÉ AU SUJET DES ÉLÉMENTS SUIVANTS	PERSPECTIVE CAVALIÈRE	PERSPECTIVE AXONOMÉTRIQUE
Éléments parallèles	Conservés	Conservés
Angles	Pas tous conservés	Pas tous conservés
Éléments isométriques	Pas tous conservés	Conservés
Proportions	Pas toutes conservées	Conservées

La perspective cavalière et la perspective axonométrique présentent des ressemblances : dans les deux cas, les arêtes qui sont parallèles dans la réalité sont parallèles sur la représentation, et les angles réels ne sont pas identiques à ceux qui apparaissent sur la représentation.

La différence entre les deux perspectives concerne les mesures. Dans la perspective axonométrique, les mesures sur la représentation sont proportionnelles aux mesures dans la réalité, ce qui n'est pas le cas dans la perspective cavalière.

Page 156 – Exercices (*suite*)

13. a) L'aire totale est de 382 carrés-unités, soit $A_t = 2 \times (7 \times 5) + 2 \times (13 \times 7) + 2 \times (13 \times 5)$.
Le volume est de 360 cubes-unités, soit $V = 7 \times 5 \times 5 + 5 \times 3 \times 7 + 2 \times 5 \times 8$.

b) L'aire totale est d'environ 304,853 carrés-unités, soit $A_t = \frac{10 \times 10}{2} \times 2 + 2 \times 10 \times 6 + 6\sqrt{200}$.
Le volume est de 300 cubes-unités, soit $V = \frac{10 \times 10}{2} \times 6$.

c) L'aire totale est d'environ 196,426 carrés-unités, soit
$A_t = \frac{(10 + 4) \times 6}{2} \times 2 + 10 \times 5 + 5 \times 4 + 5\sqrt{72}$.
Le volume est de 210 cubes-unités, soit $V = \frac{(10 + 4) \times 6}{2} \times 5$.

14. a) Le volume est de 720 dm³, soit $V = A_b \times h = \frac{5 \times 4 \times 3}{2} \times 24$.

b) Le volume est de 220 cm³, soit $V = A_b \times h = 5 \times 4 \times 11$.

15. a) L'espace occupé est de 1500 cm³, soit $V = A_b \times h = 15 \times 20 \times 5$.

b) L'espace occupé est d'environ 199 428,3 cm³ ou d'environ 0,2 m³, soit $V = A_b \times h = \pi \times 23^2 \times 120$.

c) L'espace occupé est d'environ 942,48 cm³, soit
$V = \pi r_b^2 \times h_1 - \pi r_2^2 \times h_2 = \pi \times 10^2 \times 4 - \pi \times 5^2 \times 4 = 4\pi(100 - 25) = 300\pi$.

Page 157 – Exercices (*suite*)

16.

	BASE	HAUTEUR	VOLUME
a) Prisme droit	Aire de 20 cm²	30 cm	600 cm³
b) Cylindre	Rayon de 4 cm	15 cm	≈ 753,98 cm³
c) Cylindre oblique	Aire de 10 m²	12 m	120 m³
d) Prisme oblique	Triangle de 3 cm de base et de 4 cm de hauteur	22 cm	132 cm³
e) Prisme droit	Rectangle de 3 cm sur 5 cm	27 cm	405 cm³

17. La hauteur est d'environ 1,59 m. Démarche :

$$V = \pi r^2 h$$
$$20 = 4\pi h$$
$$h = \frac{20}{4\pi} \approx 1,59$$

18. a) 180 cm², soit $A_l = 3 \times 5 \times 12$.

b) Environ 4,33 cm, soit $h = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = \sqrt{18,75}$.

c) Environ 201,65 cm², soit $A_t = 2 \times \frac{5\sqrt{18,75}}{2} + 180$.

d) Environ 129,9 cm³, soit $V = \frac{5\sqrt{18,75}}{2} \times 12$.

19. a) L'aire latérale est de 960 cm², soit $A_l = 6 \times 8 \times 20$.

b) L'aire totale est d'environ 1292,55 cm², soit $A_t = 6 \times 8 \times 20 + 2\left(\frac{6 \times 8 \times \sqrt{48}}{2}\right)$, où l'apothème de la base est égal à $\sqrt{48}$ cm ($a = \sqrt{8^2 - 4^2}$).

c) Le volume est d'environ 3325,538 cm³, soit $V = \frac{6 \times 8 \times \sqrt{48}}{2} \times 20$.

d) Environ 3,33 L.

Page 158 – Applications

20. 220 cubes-unités. Démarche :

NOMBRE D'ÉTAGES	NOMBRE DE CUBES DANS L'ÉTAGE AJOUTÉ	NOMBRE DE CUBES AU TOTAL
1	1	1
2	3	4
3	6	10
4	10	20
5	15	35
6	21	56
7	28	84
8	36	120
9	45	165
10	55	220

21. a) Réponses personnelles. Les deux prismes ont le même volume car ils sont formés du même nombre de feuilles et ces feuilles sont toutes identiques.

b) Oui, le cylindre droit et le cylindre oblique ont le même volume. Si on recommence la même expérience avec des feuilles circulaires, il y aura, encore une fois, le même nombre de feuilles.

c) **1)** Le volume est d'environ 53 cm^3, soit $\pi \times 2^2 \times 8$.

2) Le volume est d'environ 51,96 cm^3, soit $\frac{6 \times 2 \times \sqrt{3}}{2} \times 5$, où l'apothème de l'hexagone est de $\sqrt{3}$ cm ($a = \sqrt{2^2 - 1^2}$).

3) Le volume est de 45 cm^3, soit $3 \times 3 \times 5$.

Page 159 – Applications (*suite*)

22. Le cylindre occupe 1,273 fois plus d'espace que le prisme à base carrée, soit $\approx 203{,}72 \div 160$. Démarche :

Soit *b*, la mesure du côté de la base du prisme et *h*, sa hauteur.

Aire latérale du prisme : $4 \times b \times h$

$160 = 4 \times b \times 10$

$b = 4$

Le prisme a donc une base carrée de 4 cm de côté.

Le volume du prisme est donc de 160 cm^3, soit $4 \times 4 \times 10$.

Soit *r*, le rayon du cylindre.

Aire latérale du cylindre : $2\pi rh$

$160 = 2\pi r \times 10$

$r = \frac{160}{20\pi} = \frac{8}{\pi}$

Le volume du cylindre est donc d'environ 203,72 cm^3, soit $\pi r^2 h = \pi\left(\frac{8}{\pi}\right)^2 \times 10 = \frac{640}{\pi}$.

23. Le volume du cylindre est d'environ 2356,19 cm^3, soit $\pi(2{,}5)^2 \times 120$.

24. a) Le lait atteindra la hauteur approximative de 20,41 cm. Démarche :

$$\begin{aligned} 1\ \text{L} &= 1000\ \text{cm}^3 \\ V &= A_b \cdot h \\ 1000 &= 7^2 \cdot h \\ h &= \frac{1000}{49} \approx 20{,}41 \end{aligned}$$

b) La base sera un carré d'environ 9,90 cm de côté. Démarche :

$$\begin{aligned} V &= A_b \cdot h \\ 2000 &= c^2 \cdot \frac{1000}{49} \\ c &= \sqrt{\frac{2000 \times 49}{1000}} \approx 9{,}90 \end{aligned}$$

25. a) La hauteur de la piscine est d'environ 16 dm, ou 1,6 m. Démarche :

La hauteur, en décimètres, atteinte par l'eau est donnée par $\frac{V}{\pi r^2}$, où V est le volume d'eau en décimètres cubes et r est le rayon de la piscine en décimètres.

Paul laisse un espace de 10 cm entre l'eau et le bord de la piscine, soit 1 dm.

La hauteur de la piscine est donc donnée par $\frac{V}{\pi r^2} + 1$.

Le volume d'eau est de 35 640 L, soit 35 640 dm^3.

Le rayon est de 2,75 m, soit 27,5 dm.

La hauteur de la piscine est donc d'environ 16 dm, soit $h = \frac{35\,640}{\pi 27{,}5^2} + 1$.

b) Paul devra débourser au moins 466,31 $. Démarche :

Paul doit couvrir la base et le tour d'un cylindre de 2,75 m de rayon et de 1,8 m de hauteur (1,6 + 0,2).

La surface à couvrir est donc d'environ 54,86 m^2, soit $2{,}75^2\,\pi + 5{,}5\pi \cdot 1{,}8 = 17{,}4625\pi$.

Il devra donc débourser au moins 466,31 $, soit $8{,}5 \times 54{,}86$.

26. a) 568 cm^3, soit 284×2.

b) La première casserole est un meilleur choix car la deuxième est beaucoup trop grande.

Le volume de la première casserole est d'environ 791,68 cm^3, soit $V = \pi r^2 h = \pi 6^2 \times 7$.

Le volume de la deuxième casserole est d'environ 1809,56 cm^3,soit $V = \pi r^2 h = \pi 8^2 \times 9$.

La soupe atteindra donc une hauteur d'environ 5,16 cm dans la première casserole, soit $\frac{584}{6^2\pi}$.

Cette hauteur est raisonnable si l'on ne veut pas que la soupe déborde en chauffant. Il n'y a donc pas de raison de prendre une casserole plus grande.

La soupe atteindrait une hauteur d'environ 2,9 cm dans la deuxième casserole, soit $\frac{584}{8^2\pi}$.

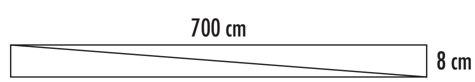
c) La soupe atteindra une hauteur d'environ 5,16 cm.

Page 160 – Applications (*suite*)

27. Il faut laisser un espace d'environ 26,172 288 86 m^3 autour du panneau-réclame. Démarche :

L'espace qu'il faut laisser libre a la forme d'un cylindre dont le centre de la base est le centre du rectangle représenté ci-dessous et la hauteur est celle du panneau, soit 68 cm.

Vue de haut



Le diamètre du cylindre est la diagonale du panneau vu de haut.

Le diamètre est de $2\sqrt{122\,516}$ cm, soit $\sqrt{700^2 + 8^2}$.

Le rayon est de $\sqrt{122\,516}$ cm.

Le volume du cylindre est donc d'environ 26 172 288,86 cm^3, soit

$V = \pi r^2 h = \pi\left(\sqrt{122\,516}\right)^2 \times 68 = 8\,331\,088\pi$.

28. Le silo doit avoir une hauteur minimale de 18,81 m. Démarche :

Le cylindre contient 90 % du grain, soit 95 400 kg.

Le volume nécessaire est de 381 600 dm^3, soit $95\,400 \times 4$.

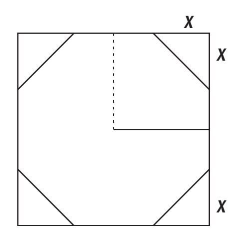
La hauteur du cylindre est d'environ 160,6 dm ou 16,06 m, soit $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{381\,600}{\pi 27,5^2} \approx 160,6$.

La demi-sphère a un rayon de 2,75 m.

La hauteur du silo est donc d'environ 18,81 m, soit $h \approx 16,06 + 2,75$.

Page 160 – Problème

29. a) L'apothème mesure $15 + 2\sqrt{\frac{1}{2}}$ m. Démarche :



Chaque côté de l'octogone mesure 1 m puisqu'un côté correspond à l'un des côtés d'un triangle équilatéral. L'apothème de l'octogone correspond à la moitié d'un côté du carré.

Un côté du carré mesure $1 + 2x$.

Il faut donc déterminer la valeur de x.

On n'a que $x^2 + x^2 = 1^2$ selon la relation de Pythagore.

D'où $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Le carré a donc un côté mesurant $1 + 2\sqrt{\frac{1}{2}}$ m.

L'apothème mesure donc $\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$ m.

b) L'étoile a une masse d'environ 447,768 kg. Démarche :

La hauteur du triangle est de $\sqrt{0,75}$ m, soit $h = \sqrt{1^2 - 0,5^2}$.

L'aire des triangles est d'environ 3,464 m^2, soit $A = 8\left(\frac{1 \times \sqrt{0,75}}{2}\right)$.

L'aire de l'octogone est d'environ 4,828 m^2, soit $A = \frac{8 \times 1 \times \left(\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\right)}{2}$.

L'aire totale est d'environ 8,292 m^2 ou 829,2 dm^2, soit $A_t \approx 3,464 + 4,828$.

Puisque l'étoile a une épaisseur de 2 cm, c'est-à-dire 0,2 dm, elle a un volume de 165,84 dm^3, soit $829,2 \times 0,2$. Ce qui équivaut à 165,84 L.

Comme l'aluminium est 2,7 fois plus lourd que l'eau, qui pèse 1 kg par litre, l'étoile a une masse d'environ 447,768 kg, soit $165,84 \times 2,7$.

Page 161 – Autoévaluation

1. a) 4800 cm^2, soit 60×80.

b) La boîte a un volume d'environ 3015,93 cm^3, soit $V = A_b \cdot h = \pi \times 4^2 \times 60$.

c) L'aire latérale est d'environ 1507,96 cm^2, soit $8 \times \pi \times 60$.

2. L'aquarium peut accueillir au maximum 6 discus, soit 450 $\div$ 75. Démarche :
Le volume de l'aquarium est de 450 000 cm^3, soit 150 $\times$ 50 $\times$ 60.
Ceci équivaut à 450 dm^3 ou 450 L.

3. On peut remplir 17 verres selon les conditions données. Démarche :
L'apothème de l'hexagone est de $\sqrt{3}$ cm, soit $\sqrt{2^2 - 1^2}$.
Un verre rempli jusqu'à 1 cm du bord contient environ 114,32 cm^3, soit $\frac{6 \times 2 \times \sqrt{3}}{2} \times 11$.
Ceci équivaut à 114,32 mL de boisson gazeuse. 2 L équivalent à 2000 mL.
On remplit donc environ 17 verres et demi, soit 2000 $\div$ 114,32 $\approx$ 17,49.

Pages 162 et 163 – Situation-problème 2

a) Réponses personnelles. *Exemple :* L'axe de nombres semble indiquer que les données recueillies vont de 0 à 28 heures et que, entre 8,5 et 16 heures, il y a quelque chose de plus important. Les traits verticaux aux extrémités doivent indiquer la valeur de la plus petite donnée et de la plus grande donnée recueillies.

b) Réponses personnelles. *Exemple :* Je vais réaliser un sondage sur le temps d'utilisation d'un téléphone cellulaire. Voici ma question : Combien de minutes par semaine utilises-tu ton téléphone cellulaire ? Je vais collecter les données en questionnant 50 élèves au hasard à la cafétéria durant l'heure du dîner.

c) Réponses personnelles. *Exemple :* Puisque l'utilisation du cellulaire est interdite à l'école, les élèves qui l'utilisent très souvent ne se retrouvent pas à l'intérieur durant l'heure du dîner. Pour éviter ce biais, on pourrait questionner autant de personnes à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'école.

d) Activité d'échange et de coopération.

Page 164 – Activité 1

a) Réponses personnelles. *Exemple :*
Distribution de Nicolas : 15 min.
Distribution de Laura : 20 min.

b) Activité d'échange et de coopération. *Exemple pour la distribution de Nicolas :* J'ai observé que les valeurs se situaient presque toutes autour du 10, 15 ou 20 minutes, alors j'ai estimé la valeur à 15 minutes.

c) Nicolas :
Mod $=$ 10
Méd $=$ 15, soit (15 $+$ 15) $\div$ 2.
$\overline{X} \approx$ 19,6, soit 235 $\div$ 12.

Laura :
Mod $=$ 10
Méd $=$ 15, soit (15 $+$ 15) $\div$ 2.
$\overline{X} \approx$ 19,6, soit 235 $\div$ 12.

d) La médiane est plus représentative parce que les données éloignées dans chaque distribution (70 et 60) biaisent la moyenne, et la valeur du mode, 10, est trop petite pour représenter l'ensemble des données.

e) Plusieurs réponses possibles. *Exemple :* 10, 10, 10, 10, 10, 15, 15, 15, 15, 20, 35, 70.

f) Activité d'échange et de coopération. Pour que la consigne **e)** soit respectée, il faut que la donnée la plus fréquente soit 10 dans chacune des distribution ; il faut que les nombres à la 6^e et à la 7^e position soient 15 (lorsque les données sont en ordre croissant) ; finalement, il faut que la somme des 12 données soit 235.

Page 164 – Mise en pratique

1. a) Mod $=$ 56

Méd $= \frac{56 + 59}{2} = 57{,}5$

$\overline{X} = 58{,}3$ soit $\frac{52 + 54 + 55 + 56 + 56 + 59 + 60 + 62 + 64 + 65}{10} = \frac{583}{10}$.

2. a) L'an dernier :

Aucun mode.

Méd $= 228{,}45$

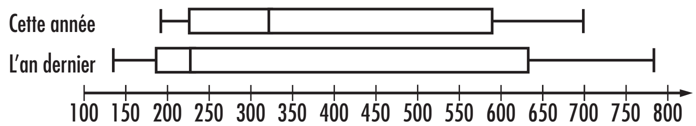
$\overline{X} \approx 394{,}15$, soit $2759{,}04 \div 7$.

Cette année :

Aucun mode.

Méd $= 322{,}78$

$\overline{X} \approx 395{,}94$, soit $2771{,}61 \div 7$.



Cette année : Min $= 193$, $Q_1 = 224{,}8$, $Q_2 = 322{,}78$, $Q_3 = 589{,}03$, Max $= 698{,}92$.

L'an dernier : Min $= 132{,}44$, $Q_1 = 189{,}66$, $Q_2 = 228{,}45$, $Q_3 = 633{,}85$, Max $= 783{,}23$.

b) Mathilde n'a pas une bonne impression puisque les ventes de cette année (pour la semaine complète) sont légèrement plus élevées que celles de la même période l'année dernière.

Page 178 – Atelier 1

a) Elle associe le prisme ou le cylindre dont la base et la hauteur sont identiques à la base et à la hauteur de la pyramide ou du cône.

b) Activité de construction. Plusieurs conjectures possibles. *Exemples :* la moitié, le tiers, le quart.

c) Activité de manipulation, d'échange et de coopération. Grâce à la manipulation, on constate que le volume de la pyramide ou du cône semble être $\frac{1}{3}$ du volume du prisme ou du cylindre associé. De plus, cette fraction est toujours la même, peu importe qu'il s'agisse d'une pyramide ou d'un cône.

d) Si V représente le volume d'une pyramide ou d'un cône, alors $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3}$.

Page 178 – Mise en pratique

1. a) Le volume est de 1620 cm^3, soit $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{c^2 \cdot h}{3} = \dfrac{18^2 \times 15}{3}$.

b) Le volume est de 205 cm^3, soit $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{\frac{p \cdot a}{2} \cdot h}{3} = \dfrac{\frac{5 \times 6 \times 4{,}1}{2} \times 10}{3}$.

c) Le volume est d'environ 769,69 cm^3, soit $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \dfrac{\pi \times 7^2 \times 15}{3}$.

Page 179 – Atelier 2

a) V : le volume de la boule.

h : la hauteur de chacune des pyramides.

A_{b_1}, A_{b_2}, A_{b_3}, etc. : l'aire de chacune des bases des pyramides formant la boule.

b) Multiplier chacun des termes d'une addition par un même facteur équivaut à multiplier la somme par ce facteur.

c) La sphère qui délimite la boule. Pour calculer l'aire de la sphère, on utilise la relation suivante : $A = 4\pi r^2$.

d) À son rayon.

e) On reprend la formule du volume en **b)** : $V = \dfrac{(A_{b_1} + A_{b_2} + A_{b_3} + \ldots) \cdot h}{3}$. On a établi en **c)** que $A_{b_1} + A_{b_2} + A_{b_3} + \ldots = 4\pi r^2$, où r est le rayon de la sphère. En **d)**, on a déterminé que la hauteur h de chacune des pyramides est égale à r. En remplaçant les éléments dans la formule du volume, on obtient $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$.

Page 179 – Mise en pratique

1. a) Le volume est d'environ 113,10 cm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 3^3}{3} = 36\pi$.

b) Le volume est d'environ 523,60 km³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 5^3}{3} = \frac{500\pi}{3}$.

Page 181 – Exercices

1. a) Le rayon de la sphère.

b) La longueur et la largeur de la base, ainsi que la hauteur du prisme.

c) Le rayon de la base et la hauteur du cylindre.

d) Le rayon de la base et la hauteur du cône.

e) Pour obtenir son aire totale, il faut la mesure d'une arête et l'apothème du tétraèdre. Puis, pour connaître son volume, il faut aussi connaître la hauteur du tétraèdre.

2. a) $h \approx 2$ dm, soit $h = \sqrt{2{,}24^2 - 1^2} = \sqrt{4{,}0176}$.

b) $a \approx 3{,}46$ cm, soit $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$.

c) $h_b \approx 17{,}32$ dm, soit $h_b = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300}$.

d) $a = 2{,}4$ m, soit $a = \sqrt{2{,}6^2 - 1^2} = \sqrt{5{,}76}$.

3. a) Le volume est d'environ 2,67 dm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{c^2 \cdot h}{3} \approx \frac{2^2 \times \sqrt{4{,}0176}}{3}$.

b) Le volume est d'environ 69,28 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{p \cdot a}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{6 \times 4 \times \sqrt{12}}{2} \times 5}{3}$.

c) Le volume est d'environ 692,82 dm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{b \cdot h_b}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{20 \times \sqrt{300}}{2} \times 12}{3}$.

d) Le volume est d'environ 38,4 m³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{p \cdot a}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{8 \times 2 \times \sqrt{5{,}76}}{2} \times 6}{3}$.

Dans chacun des cas, les mesures que nous avions calculées au numéro **2** ont été nécessaires pour calculer le volume.

4. La hauteur est d'environ 13,33 cm, soit $h = \frac{3 \times V}{A_b} = \frac{3 \times 546{,}8}{123{,}1}$ car $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$.

Page 182 – Exercices (*suite*)

5. a) Le volume est de 1620 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{18^2 \times 15}{3}$.

b) Le volume est de 300 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{p \cdot a}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{6 \times 6 \times 5}{2} \times 10}{3}$.

c) Le volume est de 770 m³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{p \cdot a}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{5 \times 8 \times 5{,}5}{2} \times 21}{3}$.

d) Le volume est de 4,8 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{p \cdot a}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{8 \times 1 \times 1{,}2}{2} \times 3}{3}$.

6. a) Le volume est d'environ 769,69 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 7^2 \times 15}{3} = 245\pi$.

b) Le volume est d'environ 824,67 dm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 7{,}5^2 \times 14}{3} = 262{,}5\pi$.

7. a) Le volume est d'environ 41,04 m³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 2^2 \times \sqrt{96}}{3}$
où $h = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96}$.

b) Le volume est d'environ 205,41 mm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times \sqrt{475}}{3}$
où $h = \sqrt{22^2 - 3^2} = \sqrt{475}$.

Page 183 – Exercices (*suite*)

8. a) Le volume de la boule est d'environ 4188,79 cm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 10^3}{3} = \frac{4000\pi}{3}$.

b) Le volume de la demi-boule est d'environ 28 952,92 cm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{6} = \frac{4 \times \pi \times 24^3}{6} = 9216\pi$.

c) Le volume de la boule est d'environ 24 429,02 mm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 18^3}{3} = 7776\pi$.

d) Le volume de la demi-boule est d'environ 883,57 dm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{6} = \frac{4 \times \pi \times 7{,}5^3}{6} = 281{,}25\pi$.

9. a) L'espace délimité par la sphère mesure environ 1 282 532,26 mm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 67{,}4^3}{3}$.

b) L'espace délimité par la sphère mesure environ 344 791,36 cm³, soit
$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 43{,}5^3}{3} = 109\,750{,}5\pi$.

10. a) Le volume est de 48 dm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{6^2 \times 4}{3}$ où $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

b) Le volume du cône est d'environ 301,59 m³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi 6^2 \times 8}{3} = 96\pi$,
où $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

11. La hauteur du cône est d'environ 13,97 mm, soit $h = \frac{3 \cdot V}{\pi r^2} = \frac{3 \times 234}{\pi \cdot 4^2} = \frac{43{,}875}{\pi}$, car $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$.

12. Le rayon mesure environ 1,005 m, soit $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 4{,}25}{4\pi}}$, car $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

13. a) Le volume du pot de fleurs est d'environ 113,01 dm³, soit
$V = A_b \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \times 2{,}3^2 \times 6{,}8 = 35{,}972\pi$.

b) Le volume de la tente est d'environ 3,54 m³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 1{,}3^2 \times 2}{3}$.

c) Le volume de la boule de Noël est d'environ 113,1 cm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \times 3^3}{3} = 36\pi$.

Page 184 – Exercices (*suite*)

14. a) Le volume est de 96 cm³, soit $V = A_b \cdot h = L \cdot l \cdot h = 8 \times 4 \times 3$.

b) Le volume est de 342,562 5 m², soit $V = A_b \cdot h = \frac{b \cdot h_b}{2} \cdot h = \frac{6{,}3 \times 8{,}7}{2} \times 12{,}5$.

c) Le volume est d'environ 3 526,36 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 12{,}1^2 \times 23}{3}$.

d) Le volume est d'environ 4146,22 cm³ ou 0,004 146 22 m³, soit

$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 12^2 \times \sqrt{756}}{3}$ où $h = \sqrt{30^2 - 12^2} = \sqrt{756}$.

e) Le volume est d'environ 1 526,81 cm³, soit $V = \frac{4 \times \pi \times r^3}{6} = \frac{4 \times \pi \times 9^3}{6} = 486\pi$.

f) Le volume est d'environ 197,92 cm³, soit $V = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi$.

g) Le volume est de 74,088 cm³, soit $V = A_b \cdot h = c^2 \cdot h = 4{,}2^2 \times 4{,}2$.

h) Le volume est d'environ 20 579,53 cm³, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 17^3}{3}$.

i) Le volume est d'environ 41,57 cm³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\frac{b \cdot h_b}{2} \cdot h}{3} = \frac{\frac{6 \times \sqrt{27}}{2} \times 8}{3}$,
où $h_b = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$.

j) Le volume est d'environ 42,75 m³, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{6{,}8 \times 2{,}3 \times 8{,}2}{3}$.

Page 185 – Exercices (suite)

15. a) 128 mL, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{8^2 \times 6}{3}$, et 128 cm³ équivalent à 128 mL.

b) Environ 254 mL, soit $V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \times 4{,}5^2 \times 12}{3}$, et 254,47 cm³ équivalent à 254,47 mL.

c) Environ 524 mL, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \times 5^3}{3}$, et 523,6 cm³ équivalent à 523,6 mL.

d) Environ 134 mL, soit $V = \frac{2\pi r^3}{3} = \frac{2\pi \times 4^3}{3}$, et 134,04 cm³ équivalent à 134,04 mL.

16. a) La hauteur est d'environ 0,898 cm, soit $h = \frac{3 \times V}{\pi r^2} = \frac{3456}{\pi \cdot 35^2}$.

b) Le rayon est d'environ 9,38 cm, soit $r = \sqrt[3]{\frac{3 \times V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 3456}{4 \cdot \pi}}$.

c) L'aire de la base est d'environ 450,78 cm², soit $A_b = \frac{3 \times V}{h} = \frac{3 \times 3456}{23}$.

d) La hauteur est d'environ 330,61 cm, soit $h = \frac{3 \times V}{A_b} = \frac{3 \times 3456}{5{,}6^2}$, où $A_b = c^2 = 5{,}6^2$.

Page 185 – Applications

17. a) L'extincteur contient, au maximum, environ 23,98 L de liquide, soit

$V = \pi r^2 h + \frac{2\pi r^3}{3} = \pi \times 12^2 \times 45 + \frac{2\pi \times 12^3}{3} = 7632\pi$,

et 23 976,64 cm³ équivalent à 23 976,64 mL.

b) Le ballon de chimiste contient, au maximum, environ 774,66 mL de liquide, soit

$V = \pi r^2 h + \frac{4\pi r^3}{3} = \pi \times 1{,}5^2 \times 11 + \frac{4\pi \times 5{,}5^3}{3}$,

et 774,66 cm³ équivalent à 774,66 mL.

c) Le réservoir d'eau contient, au maximum, environ 2873,51 kL de liquide, soit

$V = \frac{\pi r^2 h}{3} + \pi r^2 h + \frac{2\pi r^3}{3} = \frac{\pi \times 7^2 \times 6}{3} + \pi \times 7^2 \times 12 + \frac{2\pi \times 7^3}{3}$,

et 2 873,51 m³ équivalent à 2 873,51 kL.

d) Le vase contient, au maximum, 897,75 mL de liquide, soit $V = \frac{9^2 \times 38}{3} - \frac{4{,}5^2 \times 19}{3}$. Par similitude, on détermine que la petite base carrée mesure 4,5 cm d'arête (la moitié de l'arête de la grande base). 897,75 cm³ équivalent à 897,75 mL.

Page 186 – Applications (*suite*)

18. a) Le volume du prisme ou du cylindre est trois fois plus grand que celui de la pyramide ou du cône qui lui est associé.

b) Le triangle jaune et le triangle vert ont la même aire puisqu'ils ont tous les deux la même aire que le triangle bleu. En effet, le triangle jaune et le triangle bleu ont la même aire puisque leurs bases et leurs hauteurs sont isométriques, et le triangle bleu et le triangle vert ont la même aire puisque leurs bases et leurs hauteurs sont isométriques.

Page 187 – Applications (*suite*)

c) De la même façon qu'en **b),** on peut déduire de la situation que les trois pyramides ont le même volume. En effet, la pyramide rouge et la pyramide bleue ont le même volume puisque leurs bases et leurs hauteurs sont isométriques. La pyramide bleue et la pyramide verte ont le même volume puisque leurs bases et leurs hauteurs sont isométriques. Par conséquent, le prisme a un volume équivalant à trois fois le volume d'une de ces pyramides.

d) Cassandra a raison. Le volume de la pyramide à base polygonale formée de plusieurs pyramides à base triangulaire peut s'exprimer par $V = \frac{(A_{b_1} + A_{b_2} + \ldots) \cdot h}{3}$, où la somme des aires des bases des triangles est équivalente à l'aire du polygone en question. On obtient donc la formule $V = \frac{A_b \cdot h}{3}$, où A_b est l'aire de la base polygonale.

19. On doit prévoir 23 wagons, soit $\frac{471,5\pi}{21,375\pi} \approx 22,06$. Démarche :

Le volume d'un réservoir plein est de 246π m^3, soit

$V = \frac{\pi r^2 a}{3} + \pi r^2 h = \frac{\pi \times 3^2 \times 7}{3} + \pi \times 3^2 \times 25$.

Le volume des trois réservoirs est de $471,5\pi$ m^3, soit $V = \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times 246\pi$.

Le volume d'un wagon-citerne est de $21,375\pi$ m^3, soit $V = \pi r^2 h = \pi \times 1,5^2 \times 9,5$.

Page 188 – Applications (*suite*)

20. Elle peut mettre 140 mL. Démarche :

Le volume du prisme est de 120 cm^3, soit $V = A_b \cdot h = \frac{10 \times 2 \times 3}{2} \times 4$, où $h = \frac{2}{3} \times 6 = 4$.

Le volume de la pyramide est de 20 cm^3, soit $V = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{\frac{10 \times 2 \times 3}{2} \times 2}{3}$, où $h = \frac{1}{3} \times 6 = 2$.

La bouteille de parfum a donc un volume total de 140 cm^3, soit $120 + 20$.

140 cm^3 équivalent à 140 mL.

21. a) La boule a une plus grande capacité. Démarche :

Le volume de la boule est d'environ 381,70 m^3, soit $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \times 4,5^3}{3} = 121,5\pi$.

Le volume du cylindre est d'environ 359,97 m^3, soit

$V = \pi r^2 h + \frac{4\pi r^3}{3} = \pi \times 2,5^2 \times 15 + \frac{4\pi \times 2,5^3}{3}$.

b) Plus de métal entre dans la fabrication du cylindre. Démarche :

L'aire de la boule est de 81π m^2, soit $A = 4\pi r^2 = 4\pi \times 4,5^2 = 81\pi$.

L'aire du cylindre est de 100π m^2, soit $A = 2\pi rh + 4\pi r^2 = 2\pi \times 2,5 \times 15 + 4\pi \times 2,5^2 = 100\pi$.

22. Plusieurs réponses possibles. *Exemple :*

a) Le cylindre semble représenter 60 % de la hauteur, soit 18 cm. La hauteur de la demi-boule est nécessairement équivalente à son rayon, soit 6 cm. La hauteur du cône semble représenter 20 % de la hauteur, soit 6 cm (comme la demi-boule).

b) Avec l'estimation faite en **a),** on obtient une capacité d'environ 0,8 L. Démarche :

Le volume d'une carafe est d'environ 805,82 cm^3, soit

$V = \frac{2\pi \times 6^3}{3} + \frac{\pi \times 6^2 \times 6}{3} + \pi \times 1{,}5a \times 18 = 256{,}5\pi.$

805,82 cm^3 équivalent à 805,82 mL ou 0,805 82 L.

c) Avec l'estimation faite en **a),** et en supposant que le verre est d'une épaisseur négligeable, on obtient environ 648,73 cm^2 de verre. Démarche :

L'aire latérale est d'environ 648,73 cm^3, soit $A_l = 2\pi \cdot 6^2 + \pi \cdot 3 \cdot 18 + \pi \cdot 6 \cdot \sqrt{180}$,

où $a = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180}$.

Page 189 – Applications (*suite*)

23. a) Ils devront débourser 435,00 \$, soit 10 × 43,50. Démarche :

L'aire à peinturer est de 196 m^2, soit $A = 2 \times 12 \times 2{,}5 + 2 \times 8 \times 2{,}5 + 12 \times 8$.

Ils devront acheter au moins 10 L de peinture, soit $196 \div 20 = 9{,}8$.

b) Il faut 235 200 L d'eau pour remplir la piscine. Démarche :

Le volume de la piscine est de 235,2 m^3, ou 235 200 dm^3, soit $V = A_b \cdot h = 12 \times 8 \times (2{,}5 - 0{,}05)$.

c) Ils doivent prévoir 23 520 minutes, soit 235 200 ÷ 10. Cela représente 392 heures ou, encore, 16 jours et 8 heures.

24. On a besoin d'environ 4825,488 mL de peinture, c'est-à-dire environ 4,83 L. Démarche :

L'aire à couvrir de peinture est d'environ 12 063,72 cm^2, soit $A = 60 \times 4\pi \times 4^2 = 3840\pi$.

Le volume de peinture nécessaire est d'environ 4825,488 cm^3, soit 12 063,72 ÷ 2,5.

4825,488 cm^3 équivalent à 4825,488 mL ou à 4,825 488 L.

25. Le volume de la troposphère est d'environ 6 145 779 785 km^3, soit $V = \frac{4\pi \times 6390^3}{3} - \frac{4\pi \times 6378^3}{3}$.

26. a) Le saladier peut contenir environ 13,36 L. Démarche :

Le volume est d'environ 13 359,62 cm^3, soit

$V = \frac{\pi \times 18^2 \times 40}{3} - \frac{\pi \times 4{,}5^2 \times (40 - 30)}{3} = 4252{,}5\pi.$

13 359,62 cm^3 = 13,359 623 dm^3, ce qui équivaut à 13,359 623 L.

b) La surface à vernir est de 4777,52 cm^2. Démarche :

L'apothème du grand cône est d'environ 43,86 cm, soit $a_1 = \sqrt{18^2 + 40^2} = \sqrt{1924}$.

L'apothème du cône coupé est d'environ 10,96 cm, soit $a_2 = \sqrt{4{,}5^2 + 10^2} = \sqrt{120{,}25}$.

L'aire du sablier est d'environ 2388,76 cm^2, soit $A_l \approx \pi \times 18 \times 43{,}86 - \pi \times 4{,}5 \times 10{,}97 + \pi \times 4{,}5^2$, car aire du saladier = aire latérale du cône entier − aire latérale du cône coupé + aire de la base.

Puisqu'il faut appliquer du vernis à l'intérieur et à l'extérieur, il faut multiplier par 2. Ainsi, la surface à couvrir est de 4777,52 cm^2, soit 2388,76 × 2.

Page 190 – Problèmes

27. Le liquide occupera 50 % du volume de la boule. Démarche :

Soit *d*, le diamètre de la boule (qui est aussi le diamètre et la hauteur du cône).

Le volume de liquide que peut contenir la boule est donnée par $V = \dfrac{4\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^3}{3} = \dfrac{4\pi d^3}{24} = \dfrac{\pi d^3}{6}$.

Le volume de liquide contenu dans le cône lorsqu'il est rempli est donné par $V = \dfrac{\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^2 d}{3} = \dfrac{\pi d^3}{12}$.

Si on compare les deux volumes, on constate que celui du cône est la moitié de celui de la boule, soit $\left(\dfrac{\pi d^3}{24}\right) \div \left(\dfrac{\pi d^3}{12}\right) = \dfrac{1}{2}$.

28. a) La masse du lingot est de 3039,75 g. Démarche :

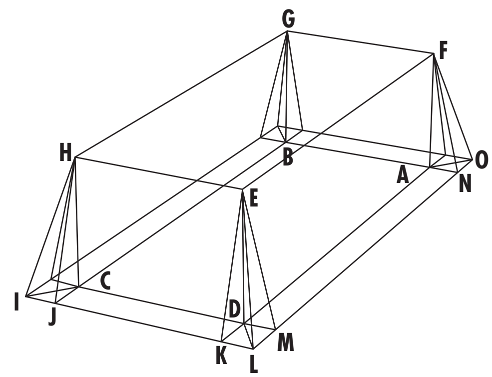
Le lingot est séparé en :

4 pyramides à base rectangulaire (dans les 4 coins) ;

2 prismes à base triangulaire (sur la longueur) ;

2 prismes à base triangulaire (sur la largeur) ;

1 prisme à base rectangulaire (au centre).



Il faut la hauteur du lingot (**DE**).

DLM est un triangle rectangle en **M,** on a alors

$$m\overline{\mathbf{DL}} = \sqrt{m\overline{\mathbf{DM}}^2 + m\overline{\mathbf{ML}}^2} = \sqrt{\left(\frac{5,5-4}{2}\right)^2 + \left(\frac{12-10}{2}\right)^2} = 1,25.$$

DLE est un triangle rectangle en **D,** on a alors $m\overline{\mathbf{DE}} = \sqrt{m\overline{\mathbf{LE}}^2 - m\overline{\mathbf{DL}}^2} = \sqrt{3,25^2 - 1,25^2} = 3$.

La hauteur du lingot est donc de 3 cm.

Il faut le volume du lingot.

Le volume des quatre pyramides à base rectangulaire est de 3 cm^3, soit

$$V = 4\left(\frac{A_b \times h}{3}\right) = 4\left(\frac{1 \times 0,75 \times 3}{3}\right).$$

Le volume des deux prismes à base triangulaire (sur la longueur) est de 22,5 cm^3, soit

$$V = 2(A_b \times h) = 2\left(\frac{3 \times 0,75}{2} \times 10\right).$$

Le volume des deux prismes à base triangulaire (sur la largeur) est de 12 cm^3, soit

$$V = 2(A_b \times h) = 2\left(\frac{3 \times 1}{2} \times 4\right).$$

Le volume du prisme à base rectangulaire (au centre) est de 120 cm^3, soit $V = A_b \times h = 10 \times 4 \times 3$.

Le volume total du lingot est donc de 157,5 cm^3, soit $V_t = 3 + 22,5 + 12 + 120$.

Il faut la masse du lingot.

157,5 cm^3 équivalent à 157,5 mL.

La masse du lingot est de 3039,75 g, soit $157,5 \times 19,3$.

b) Le lingot vaut environ 97,741x $, soit $(3039,75 \div 31,1)x$.

Page 191 – Autoévaluation

1. Le volume de la roche est de 750 cm³, soit $2000 - 1250$.

a) Le rayon mesure environ 5,636 cm, soit $r = \sqrt[3]{\dfrac{3 \times 750}{4 \cdot \pi}}$ car $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$.

b) L'aire de la boule est d'environ 399,16 cm², soit $A = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 5{,}636^2$.

c) Non. Par exemple, si elle avait la forme d'un cube, son côté mesurerait environ 9,09 cm et son aire serait d'environ 495,29 cm².

2. On peut remplir environ 212 verres. Démarche :

La hauteur d'un verre est de 9 cm, soit $h = \sqrt{10^2 - 3^2}$.

Le volume d'un verre est d'environ 84,82 cm³, soit $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \dfrac{\pi \times 3^2 \times 9}{3}$.

18 L équivalent à 18 000 cm³.

On peut donc remplir environ 212 verres, soit $18\,000 \div 84{,}82$.

3. Le pâtissier peut faire environ 81 boules. Démarche :

Le volume de pâte d'amande utilisé est d'environ 339,29 cm³, soit

$V = 0{,}9 \times \pi \cdot r^2 \cdot h = 0{,}9 \times \pi \times 2^2 \times 30$.

Le volume d'une boule ayant un rayon de 1 cm est d'environ 4,19 cm³, soit $V = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{4 \times \pi \times 1^3}{3}$.

On peut donc faire environ 81 boules, soit $\approx 339{,}29 \div 4{,}19 \approx 80{,}98$.

Pages 192 et 193 – Réalisation personnelle

Plusieurs réponses possibles. *Exemple :* Prenons l'étui à lunettes de la page 193. Le solide est alors un prisme à base rectangulaire où, à chaque extrémité, il y a un demi-cylindre. On fixe deux dimensions (15 cm de long sur 4 cm de large) et on cherche une hauteur en respectant les contraintes.

1) On cherche la hauteur pour que le volume de l'étui soit au plus de 1200 cm³.

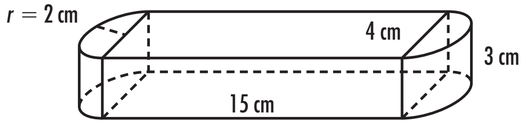
La hauteur doit être inférieure ou égale à 21,214 cm. Démarche :

$$\begin{aligned} Llh + \pi r^2 h &\leq 1200 \\ 11 \cdot 4 \cdot h + \pi \cdot 2^2 \cdot h &\leq 1200 \\ h &\leq \frac{1200}{44 + 4\pi} \\ h &\leq 21{,}214\,017\,92 \end{aligned}$$

2) On cherche la hauteur pour que l'aire totale de l'étui soit au moins de 100 cm².

La hauteur peut avoir n'importe quelle valeur car l'aire des bases dépasse déjà 100 cm². Démarche :

$$\begin{aligned} 2Ll + 2Lh + 2\pi r^2 + 2\pi rh &\geq 100 \\ 2 \cdot 11 \cdot 4 + 2 \cdot 11 \cdot h + 2\pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot h &\geq 100 \\ 113{,}132\,7412 + h(22 + 4\pi) &\geq 100 \\ h(22 + 4\pi) &\geq {}^-13{,}132\,7412 \\ h &\geq \frac{^-13{,}132\,7412}{22 + 4\pi} \\ h &\geq {}^-0{,}3799 \end{aligned}$$

3) 

4) L'étui sera en plastique de couleur. Le coût de production sera de 14,58 $. Démarche :

L'aire de l'étui est de 182,265 cm², soit

$A = 2Ll + 2Lh + 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2 \cdot 11 \cdot 4 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2\pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 2 = 132 + 16\pi.$

Le coût est 14,58 $, soit $C = 0{,}08A = 0{,}08 \cdot 182{,}265.$

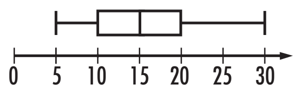
5) Le prix pourrait être de 20 $. Démarche :

On veut réaliser un certain profit.

Voici les résultats d'un sondage auprès de 25 personnes qui montre qu'environ 25 % des personnes interrogées accepteraient de payer 20 $ et plus.

La question était : Quel montant êtes-vous prêt à payer pour un étui à lunettes ?

Résultats : 5-5-5-8-8-10-10-10-12-12-12-15-15-15-15-16-17-18-20-20-20-20-20-25-30



Min = 5, $Q_1 = 10$, $Q_2 = 15$, $Q_3 = 20$, Max = 30.

Page 196 – Banque de problèmes à résoudre

1. Le volume de la boule se situe dans l'intervalle suivant : $\left]\frac{\sqrt{12^3}\pi}{6}, \frac{\sqrt{48^3}\pi}{6}\right[$. Démarche :

Si l'arête du cube mesure 2 cm, la diagonale d'une face mesure $\sqrt{8}$ cm, soit $\sqrt{2^2 + 2^2}$; la diagonale du cube (diamètre de la boule) mesure $\sqrt{12}$ cm, soit $\sqrt{\sqrt{8}^2 + 2^2}$; le volume de la sphère est alors de $\dfrac{4\pi \times \left(\frac{\sqrt{12}}{2}\right)^3}{3}$ cm³.

Si l'arête du cube mesure 4 cm, la diagonale d'une face mesure $\sqrt{32}$ cm, soit $\sqrt{4^2 + 4^2}$; la diagonale du cube (diamètre de la boule) mesure $\sqrt{48}$ cm, soit $\sqrt{\sqrt{32}^2 + 4^2}$; le volume de la sphère est alors de $\dfrac{4\pi \times \left(\frac{\sqrt{48}}{2}\right)^3}{3}$ cm³.

2. On désigne par V_R le volume du solide rouge (cône et cylindre), par V_B le volume du solide bleu (cône seulement) et par h, la hauteur des deux cônes.

Deux solutions sont acceptables selon le type de la relation recherchée (additive ou multiplicative).

Relation additive : Puisque les deux cônes ont la même hauteur et le même rayon, ils ont donc le même volume. Le volume du solide rouge ne diffère donc du volume du solide bleu que par le volume du cylindre. On a donc l'équation suivante : $V_R = V_B + 300\pi$.

Relation multiplicative : Combien de fois le volume du solide rouge est-il plus grand que celui du solide bleu ?

On a l'équation suivante : $\dfrac{V_R}{V_B} = \dfrac{300\pi + \frac{100\pi h}{3}}{\frac{100\pi h}{3}} = \dfrac{9}{h} + 1.$

3. Le volume du tore est donné par $V_{tore} = 2\pi^2 r^2 R$. Démarche :

Le tore est un cylindre enroulé le long d'un cercle.

Ce cylindre à un rayon r et une hauteur h correspondant à la circonférence du cercle de rayon R, soit $h = 2\pi R$.

On obtient le volume du tore en calculant le volume de ce cylindre.

$V_{tore} = V_{cylindre} = \pi r^2 h = \pi r^2 (2\pi R) = 2\pi^2 r^2 R$

4. On désigne par r le rayon du cylindre et de la sphère, et par h la hauteur du cylindre. L'égalité entre le volume de la sphère et celui du cylindre donne l'équation suivante.

$$\pi r^2 h = \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$h = \frac{4\pi r^3}{3\pi r^2}$$
$$h = \frac{4r}{3}$$

Page 197 – Banque de problèmes à résoudre (*suite*)

5. Le rayon est d'environ 0,3294 mm. Démarche :

Un flocon de neige de 4 mm de diamètre contient environ 1980 monocristaux, soit $500 \times 4 - 20$.

L'apothème de la base hexagonale mesure $\sqrt{3{,}9675 \times 10^{-4}}$ mm, soit $\sqrt{(2{,}3 \times 10^{-2})^2 - (1{,}15 \times 10^{-2})^2}$.

Le volume d'un monocristal est d'environ $7{,}5591 \times 10^{-5}$ mm³, soit

$$V = \frac{6 \times 2{,}3 \times 10^{-2} \times \sqrt{3{,}9675 \times 10^{-4}}}{2} \times 5{,}5 \times 10^{-2}.$$

Le volume de 1980 monocristaux est donc d'environ 0,149 67 mm³, soit $7{,}5591 \times 10^{-5} \times 1980$.

Une boule ayant la même masse que le flocon de neige est une boule qui contiendra autant de monocristaux, soit 1980. Son volume sera donc de 0,149 67 mm³.

Son rayon est donc d'environ 0,3294 mm, soit $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \approx \sqrt[3]{\frac{3 \times 0{,}149\,67}{4\pi}}$, car $V = \frac{4\pi r^3}{3}$.

6. Le prix demandé doit être d'au moins 7,17 $. Démarche :

Le nombre total de clients est de 680.

La valeur totale de la nourriture consommée par les clients est de 2923,80 $.

Chaque client consomme donc, en moyenne, environ 4,30 $ de nourriture, soit $2923{,}80 \div 680$.

Soit x, le prix demandé. Pour que la valeur de la nourriture consommée ne dépasse pas 60 % du prix, on doit satisfaire l'inéquation suivante : $0{,}6x \geq 4{,}30$.

Donc, $x \geq 7{,}17$.