Le calcul du volume des solides

Chapitre 3 exercices p.154

Les unités et les capacités

×

Longueur	km	hm	dam	m	×10 dm	cm	÷10 mm		Facteur 10
Aire	km²	×100 hm²	dam²	m²	dm²	÷100 cm²	mm²		Facteur 10^2
Volume	km³	hm³ ÷1000	dam³	m³	dm³	cm³	×1000 mm³		Facteur 10^3
Capacité		kL	hL	×10 daL	L	dL	cL	÷10 mL	Facteur 10

÷

Kangourou hop dans marde de ce mouton !

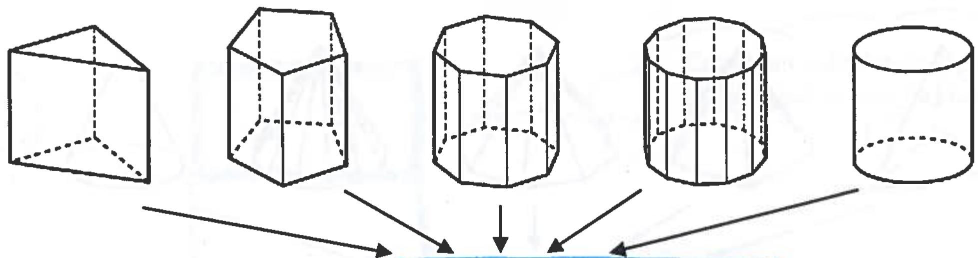
Exemples :
Utilise les relations décrites plus hautes pour faire des transformations d'unités.

1. 1,78 m vaut 178 cm.
2. 4,5 L vaut 4500 mL.
3. 5 dam^3 vaut 5 000 000 dL.
   5 000 000 dm^3 = L
4. 23 dm^3 vaut 23 000 cm^3.
5. 3,2 m^3 = kL vaut 3200 L.
6. 3,2 cl vaut 32 cm^3.
   = 32mL

Correspondance

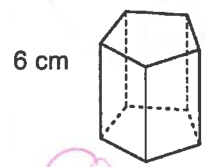
$1 m^3 = 1 kL$ $\boxed{1 dm^3 = 1 L}$ $1 cm^3 = 1 mL$

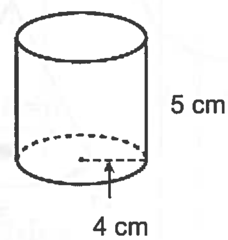
Le volume de prismes droits et de cylindres droits



$$V = A_{une\ base} \bullet h$$

Exemples

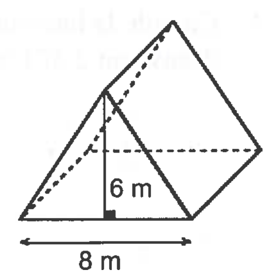
1. Prisme droit à base pentagonale	Calcul du volume
 $A_{base} = 25\ cm^2$ $\frac{can}{2}$	$V = A_b \cdot h$ $= 25 \cdot 6$ $\boxed{V = 150\ cm^3}$

2. Cylindre droit	Calcul du volume
	$V = A_b \cdot h$ $= \pi r^2 \cdot h$ $= \pi \cdot 4^2 \cdot 5$ $= 50{,}27 \cdot 5$ $\boxed{V = 251{,}35\ cm^3}$

Exemple mesures manquantes

3. Un abri a la forme ci-contre. Sa capacité (volume) est de 288 kl. Quelle est sa profondeur ?

$= 288\ m^3$



$V = A_b \cdot h$

$= \frac{(b \times h)}{2} \cdot h_{prisme}$

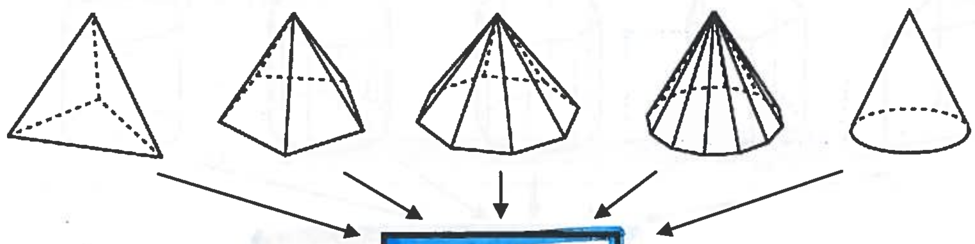
$288 = \frac{(8 \times 6)}{2} \times h$

$\frac{288}{24} = \frac{\cancel{24}}{24} \times h$

$\boxed{12 = h}$

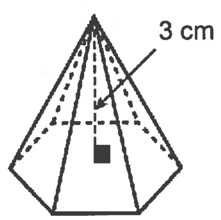
$\Rightarrow$ Profondeur de 12 m

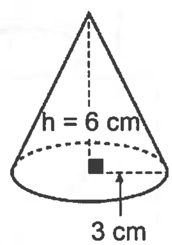
Le volume de pyramides droites ou de cônes droits



$$V = \frac{A_{base} \bullet h}{3}$$

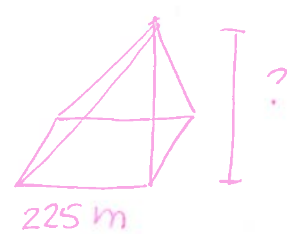
Exemples

1. Pyramide droite à base pentagonale	Calcul du volume
 $A_{base} = 12\ cm^2$ $\frac{can}{2}$	$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ $= \frac{12 \times 3}{3}$ $\boxed{V = 12\ cm^3}$

2. Cône droit	Calcul du volume
	$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$ $= \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$ $= \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 6}{3}$ $\boxed{V = 56{,}55\ cm^3}$

Exemple mesures manquantes

3. Calcule la hauteur d'une pyramide dont la base est un carré de 225 m de côté et dont le volume est d'environ 2 421 500 m^3.



$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$

$= \frac{c^2 \cdot h}{3}$

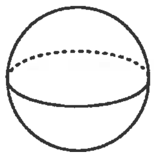
$\cdot 3 \quad 2421500 = \frac{225^2 \cdot h}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3}$

$7264500 = 225^2 \cdot h$

$\frac{7264500}{50625} = \frac{\cancel{50625} \cdot h}{\cancel{50625}} \Rightarrow \boxed{h = 143{,}50\ m}$

Le volume d'une boule

Chapitre 3 exercices p.181



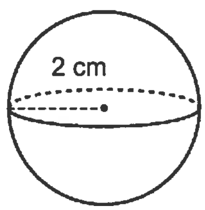
$$V_{boule} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V_{1/2\,boule} = \frac{2\pi r^3}{3}$$

Comment calcules-tu la racine cubique sur ta calculatrice?
$\sqrt[3]{a}$

Exemples :

Calculer le volume de la boule suivante :



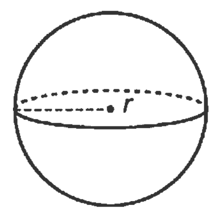
$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$= \frac{4\pi \cdot 2^3}{3}$

$\boxed{V = 33,51 \text{ cm}^3}$

Recherche mesure manquante

Calculer le rayon de la boule suivante :



$V_{boule} = 20 \text{ cm}^3$

$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$\times 3 \quad 20 = \frac{4\pi r^3}{\cancel{3}} \quad \times 3$

$\frac{60}{4} = \frac{\cancel{4}\pi r^3}{\cancel{4}}$

$\frac{15}{\pi} = \frac{\cancel{\pi} r^3}{\cancel{\pi}}$

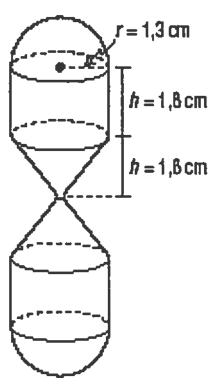
$\sqrt[3]{4,77} = \sqrt[3]{r^3}$

$\boxed{r \approx 1,68 \text{ cm}}$

Le volume des solides décomposables

Exercices

1. Le sablier ci-dessous est rempli de sable à moitié. Calcule le volume de sable utilisé.



$V_{sablier} = V_{1/2\,boule} + V_{cyl} + V_{cône}$

$= \frac{2\pi r^3}{3} + \pi r^2 \cdot h + \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

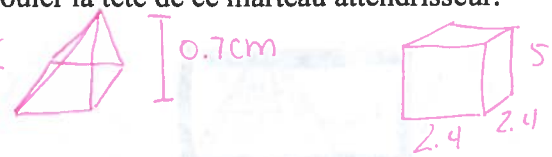
$= \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,3^3}{3} + \pi \cdot 1,3^2 \cdot 1,8 + \frac{\pi \cdot 1,3^2 \cdot 1,6}{3}$

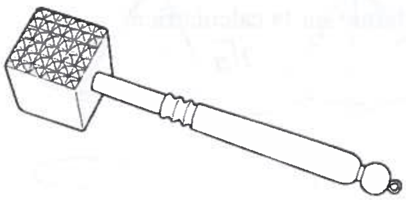
$= 4,60 + 9,56 + 2,83$

$\boxed{V = 16,99 \text{ cm}^3}$

2. Un marteau à viande a la forme d'un prisme à base carrée. Chacune de ses bases est recouverte entièrement par 36 pyramides à base carrée qui sont tangentes les unes aux autres. Les pyramides ont une hauteur de 0,7 cm et le prisme mesure 2,4 cm sur 2,4 cm sur 5,1 cm. Détermine la quantité de polymère nécessaire pour couler la tête de ce marteau attendrisseur.

72 X





$V_T = V_{72\ pyr.} + V_{prisme}$

$= \frac{Ab \cdot h}{3} + Ab \cdot h$

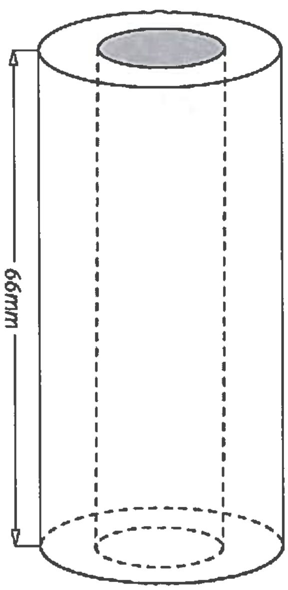
$= \frac{c^2 \cdot h}{3} + c^2 \cdot h$

$= \frac{2{,}4^2 \cdot 0{,}7}{3} + 2{,}4^2 \cdot 5{,}1$

$= 1{,}344 + 29{,}376$

$\boxed{V_T = 30{,}72\ cm^3}$

3. Calcule le volume du tuyau suivant :



$D1 = 86\ mm$ $r = 43mm$

$D2 = 52\ mm$ $r = 26\ mm$

$V_T = V_g - V_p$

$= Ab \cdot h - Ab \cdot h$

$= \pi r^2 \cdot h - \pi r^2 \cdot h$

$= \pi \cdot 43^2 \cdot 66 - \pi \cdot 26^2 \cdot 66$

$= 383\ 381{,}12 - 140\ 165{,}30$

$\boxed{V_T = 243\ 215{,}82\ mm^2}$

Aire et volume d'une pyramide et d'un cône

4. L'aire de la base d'un cône est de 16π cm^2. Sa hauteur est de 5 cm.

$c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = 4^2 + 5^2$
$c^2 = 16 + 25$
$\sqrt{c^2} = \sqrt{41}$
$c = 6{,}40$ cm

a) Quelle est son aire totale ?

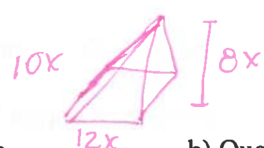
$A_T = A_L + A_B$
$= \pi r a + \pi r^2$
$= \pi \cdot 4 \cdot 6{,}40 + 16\pi$
$= 80{,}42 + 50{,}27$
$\boxed{A_T = 130{,}69 \text{ cm}^2}$

Trouver rayon
$A_B = \pi r^2$
$\frac{16\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = \frac{\cancel{\pi} r^2}{\cancel{\pi}}$
$\sqrt{16} = \sqrt{r^2}$
$r = 4$ cm

b) Quel st son volume ?

$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$
$= \frac{16\pi \cdot 5}{3}$
$\boxed{V = 83{,}78 \text{ cm}^3}$

5. Une pyramide a base carrée a une hauteur de 8x cm. La mesure du côté de sa base est de 12x cm et son apothème est de 10x cm.



a) Quelle expression algébrique représente son aire ?

$A_T = A_L + A_B$
$= 4\left(\frac{b \times h}{2}\right) + c^2$
$= 4 \cdot \left(\frac{12x \cdot 10x}{2}\right) + (12x)^2$
$= 4 \cdot (60x^2) + 144x^2$
$= 240x^2 + 144x^2$
$\boxed{A_T = (384x^2) \text{ cm}^2}$

b) Quelle expression algébrique représente son volume ?

$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$
$= \frac{c^2 \cdot h}{3}$
$= \frac{(12x)^2 \cdot 8x}{3}$
$= \frac{144x^2 \cdot 8x}{3}$
$\boxed{V = (384x^3) \text{ cm}^3}$

Résumé : mes formules en géométrie

Aire

Prisme → $A_T = \underset{\square}{\underset{\downarrow}{A_L}} + A_B$

Cylindre → $A_T = 2\pi r h + 2\pi r^2$

Pyramide → $A_T = \underset{\Delta}{\underset{\downarrow}{A_L}} + A_B$

Cône → $A_T = \pi r a + \pi r^2$

Sphère → $A = 4\pi r^2$

Volume

Prisme
cylindre
$\Big\} \; V = A_b \cdot h$

Pyramide
cône
$\Big\} \; V = \dfrac{A_b \cdot h}{3}$

Boule — $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$